

A *-gal jelölt feladatokból legalább 15 pontot el kell érni!

régi 1*. feladat (6+6+6+6=24 pont)

$$a) \int \cos^3(x) dx = ?$$

$$b) \int \frac{1}{x^2 - 2x - 3} dx = ?$$

$$c) \int \frac{1}{x^2 - 2x + 3} dx = ?$$

$$c) \int \arcsin(x) dx = ?$$

2*. feladat (3+3=6 pont)

Definiálja az *integrálfüggvényt*, és mondja ki az integrálfüggvény deriváltjára vonatkozó tételt!

3*. feladat (10 pont)

Az $f(x) = e^{-2x}$ függvény grafikonját megforgatjuk az x -tengely körül. Határozza meg az így kapott forgásfelület palástjának felszínét az $x \in [0, \infty)$ tartományon!

4. feladat (12 pont)

Határozza meg a $(2+i)z^3 = -9+3i$ egyenlet összes komplex megoldását algebrai alakban! Készítsen egy ábrát a gyökök elhelyezkedéséről!

5. feladat (4+8=12 pont)

Mondja ki és igazolja a függvények szorzatára vonatkozó deriválási szabályt!

6. feladat (4+16=20 pont)

a) Mondja ki a *L'Hospital-szabályt*! (Elég a szabály egyik változata.)

b)

$$f(x) = x \sin\left(\frac{1}{x-2}\right), \quad \lim_{x \rightarrow 2-0} f(x) = ? \quad \lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = ?$$

(Válaszait indokolja meg!) Milyen típusú szakadása van f -nek 2-ben?

7. feladat (16 pont)

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{1+3x^2}}$$

Végezze el a függvény teljes vizsgálatát (értelmezési tartomány, értékészlet, határértékek $\pm\infty$ -ben, monotonitás, lokális szélsőértékek, konvexitás, inflexiós pontok)! Ábrázolja a függvényt!

IMSC feladat (14 IMSC pont)

Legyen $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ egy mindenütt differenciálható függvény. Igazolja, hogy ha

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f'(x) = \infty,$$

akkor f nem egyenletesen folytonos a $[0, \infty)$ halmazon!