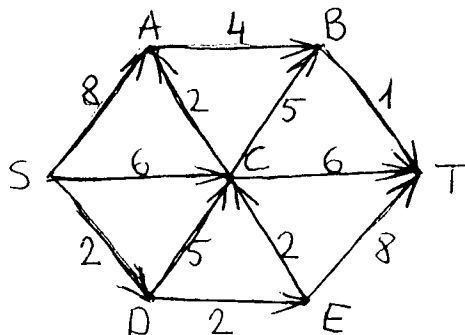


1. Legyen G egy r -reguláris páros gráf, $r \geq 2$. Bizonyítsuk be, hogy G ponthalmazra lefedhető pont-diszjunkt körökkel! (A köröknek nem kell G összes élét tartalmazniuk.)
2. Adott egy G irányítatlan gráf. Bizonyítsuk be, hogy G éleinek egy tetszőleges irányított kör mentes irányításában az emeletek száma legalább $\chi(G)$!
3. Bizonyítsuk be, hogy egy perfekt gráfból egy csúcs megduplázásával nyert gráf is perfekt! (A $v \in V(G)$ csúcs megduplázása azt jelenti, hogy a G gráfhoz hozzáveszünk egy új v' pontot, és azt a v pont G -beli szomszédaival kötjük össze.)
4. Határozzuk meg az ábrán látható gráf által szemléltetett tevékenységhez szükséges időt! Mely részfeladatok kritikusak?



5. Legyenek egy gráf pontjai a 3 hosszúságú 0 – 1 sorozatok. Vezessen egy irányított él a -ból b -be, ha a -ban kevesebb 1-es van, mint b -ben, és legyen egy ilyen él kapacitása az egyesek számának különbsége. Határozzuk meg a maximális folyam értékét $s = (0, 0, 0)$ és $t = (1, 1, 1)$ között!
6. Egy 120 fős társaságban akárhogy is választunk ki 8 embert, lesz közöttük 2 olyan, akik nem ismerik egymást. Bizonyítsuk be, hogy ekkor van 4 olyan ember, akik közül egyik sem ismeri a másikat!
7. Milyen maradékot ad $1999^{\frac{8}{9}} + 2001^{2001}$?
8. Adjuk meg a $21x \equiv 15 \pmod{33}$ kongruencia összes megoldását $\pmod{33}$!

AZ ELŐVIZSGÁHOZ A 9. FELADATOT KELL MEGOLDANI AZ 5. HELYETT

9. Legyen n egy pozitív egész és G az $n \times n$ -es nem-szinguláris mátrixok csoportja a mátrixszorzásra nézve. Bizonyítsuk be, hogy G -ben az 1 determinánsú mátrixok normálosztót alkotnak. Határozzuk meg az e szerinti mellékosztályokat!

Minden feladat teljes megoldása 10 pontot ér. Részeredményekért is jár pont, indoklás nélküli eredményközlésért viszont nem.

Az első zárthelyi pótlásához az 1.–4., a második pótlásához az 5.–8. feladatokat kell megoldani, 45 perc munkaidővel.

Az elővizsgához az 1., 2., 3., 4., 6., 7., 8., 9. feladatokat kell megoldani, 90 perc munkaidővel.

Osztályozás:

a zárthelyik pótlásához az 1.–4., ill. 5.–8. feladatokra külön-külön 0-15 pont: 1, 16-21 pont: 2, 22-27 pont: 3, 28-33 pont: 4, 34-40 pont: 5;

az elővizsgához 0-31 pont: 1, 32-43 pont: 2, 44-55 pont: 3, 56-67 pont: 4, 68-80 pont: 5.