

Matematika A4 (Valószínűségszámítás) 1. pótzárthelyi, 2012. dec. 5.

1. Tíz alma egy kosárban, ebből kettő kukacos, kiválasztunk ötöt.

a) Hipergeometriai eloszlás, esetünkben $N=10$, $n=5$, $K=2$, $k=0$

$$P = \frac{\binom{K}{k} \binom{N-K}{n-k}}{\binom{N}{n}} = \frac{\binom{2}{0} \binom{10-2}{10-5}}{\binom{10}{5}} = \frac{\binom{8}{5}}{\binom{10}{5}} = \frac{2}{9}$$

b) Várható érték (hipergeometriai eloszlás esetén)

$$E(X) = n \cdot \frac{K}{N} = 5 \cdot \frac{2}{10} = 1$$

Szórás

$$D^2(X) = n \cdot \frac{K}{N} \left(1 - \frac{K}{N}\right) \left(1 - \frac{n-1}{N-1}\right) = 5 \cdot \frac{2}{10} \cdot \left(1 - \frac{2}{10}\right) \left(1 - \frac{5-1}{10-1}\right) = \frac{4}{9}$$

2. Átlagos országban dohányosok 20%-a, nemdohányzók 1%-a hal meg tüdőrákban. A tüdőrákban elhunytak 5/6-a dohányos. Az ország lakosainak mekkora része dohányzik?

M: meghalt, D: dohányzik, ND: nem dohányzik

$$P(M|D) = 0,2$$

$$P(M|ND) = 0,01$$

$$P(D|M) = \frac{5}{6}$$

$$P(D) = (\text{ezt keressük})$$

$$P(ND) = 1 - P(D)$$

BAYES

$$P(D|M) = \frac{P(M|D) \cdot P(D)}{P(M|D) \cdot P(D) + P(M|ND) \cdot P(ND)}$$
$$\frac{5}{6} = \frac{0,2 \cdot x}{0,2 \cdot P(D) + 0,01 \cdot (1 - P(D))} \Rightarrow P(D) = 0,2$$

Tehát a lakosság 20%-a dohányzik.