

Jelölje a helyes választ a táblázat megfelelő helyére írt X-el! Csak a helyes válaszokat ellenőrizzük. A részletezett megoldásokat külön lapon adja be! Ennek világosan tükröznie kell a megoldás gondolatmenetét. Számítás nélküli, vagy nem a számítás eredményének megfelelő (de helyes) kitöltés esetén az adott kérdésre negatív pontot adunk. Az adatokat SI rendszerben adtuk meg. A nem a megadott formában elkészített dolgozatra „0” pontot adunk!

- Egy 3 m sugarú körpályán mozgó tömegpont helyzetét a  $\varphi(t) = t^3/3$  időfüggvény adja meg. Mekkora a gyorsulás (vektor) nagysága, amikor  $t = 1$  s?  
 a.  $6.7 \text{ m/s}^2$     b.  $7.2 \text{ m/s}^2$     c.  $8.4 \text{ m/s}^2$     d.  $90.5 \text{ m/s}^2$     e. egyik sem.
- Há a rugóerő az  $F = -200x^3$  törvény szerint változik. Mekkora munkát végzünk, ha 0.1 m-ről 0.3 m-re nyújtjuk?  
 a) 0.1 J    b) 0.2 J    c) 0.4 J    d) 0.6 J    e) egyik sem
- Egy 0.5 m hosszú, (elhanyagolható tömegű) merev rúdon függő 0.2 kg tömegű testbe 5 gramm tömegű lövedéket lövünk. Mekkora a lövedék sebessége, ha a ballisztikus inga a belefűródött lövedékkel együtt éppen egy teljes kört ír le?  
 a) 70 m/s    b) 93 m/s    c) 140 m/s    d) 182 m/s    e) egyik sem
- Egy  $60^\circ$ -os lejtőn tömör korong (csúszásmentesen) lefelé gördül. A korong tömegközéppontjának gyorsulása  
 a.)  $g/6$     b.)  $g/3$     c.)  $g/2$     d.)  $g/\sqrt{3}$     e.) egyik sem.
- Egy 2 kg tömegű test helyzetvektora  $r(t) = (6e_x - 5te_y + 3e_z)$  m. Az origóra vonatkoztatott impulzusnyomatékának (perdületének) x komponense SI egységekben  
 a) -60    b) 60    c) -30    d) 30    e) egyik sem
- Mindkét végén nyitott orgonasíp hossza 6 m. Hány Hz a harmadik harmonikus frekvenciája? ( $v = 344 \text{ m/s}$ )  
 a.) 75    b.) 85    c.) 170    d.) 225    e.) egyik sem.
- Egy  $\omega = 6e_z$  rad/s szögsebességgel forgó korongon  $v = (3e_x + 2e_y)$  m/s sebességgel haladó 1 kg tömegű testre ható Coriolis erő  
 a.  $12e_x - 18e_y$     b.  $-24e_x + 36e_y$     c.  $-12e_x + 18e_y$     d.  $24e_x - 36e_y$     e. egyik sem.
- 2 mól hélium gázt 258 J munkával adiabatikusan összenyomunk. Mennyivel változott meg a hőmérséklete?  
 a.) 0 K    b.) 10 K    c.) 20 K    d.) 30 K    e.) egyik sem.
- Az elektromos potenciál a tér egy tartományában  $U = (20 \text{ V/m}^3)x^3 - (100 \text{ V/m}^2)y^2 + 240 \text{ V}$ . Az elektromos térerősség a (2,1) m pontban V/m-ben  
 a.  $160i - 100j$     b.  $240i + 200j$     c.  $240i - 200j$     d.  $-160i + 100j$     e. egyik sem
- Egy 2 nF kapacitású síkkondenzátort 100 V feszültségre töltünk fel, majd szigeteljük a töltő áramkörtől. Mekkora munkával tudjuk kihúzni a lemezek közötti teret teljesen kitöltő csillámlemezt ( $\epsilon_r \equiv \kappa = 5$ )?  
 a.  $4 \times 10^{-5} \text{ J}$     b.  $2 \times 10^{-6} \text{ J}$     c.  $3 \times 10^{-8} \text{ J}$     d.  $6 \times 10^{-2} \text{ J}$     e. egyik sem.

MO)  $C = 2nF$   
 $U = 100V$   
 $E = 5$   
 kell mindkét esetre a maximális tértöltés  
 $Q = \epsilon \cdot U$   
 $E \cdot A = \frac{Q}{\epsilon} = \frac{C \cdot U}{\epsilon}$   
 $E \cdot d = U$   
 Aláírás: .....  
 $E = \frac{C \cdot U}{\epsilon \cdot A}$      $D = E \cdot \epsilon = \frac{C \cdot U}{d}$   
 $w = \frac{1}{2} E \cdot D = \frac{1}{2} \epsilon E^2$   
 $2C = \frac{A}{d} \epsilon \epsilon_m$

$w = \frac{1}{2} \epsilon \cdot E \cdot U = \frac{1}{2} \epsilon \cdot \frac{U^2}{d}$

	a	b	c	d	e
1					
2					
3					
4					
5					
6					
7					
8					
9					
10					

$U = E \cdot d$



1)  $R = 3 \text{ m}$   $\varphi(t) = t^3/3$   $\omega(t) = \frac{d\varphi}{dt} = \frac{3t^2}{3} = t^2$

$\alpha(t) = \frac{d\omega}{dt} = 2t$   $a_t = R\alpha(t) = 3 \times 2t = 6t$

$a_{cp} = \frac{v^2(t)}{R} = R\omega^2(t) = 3t^4$

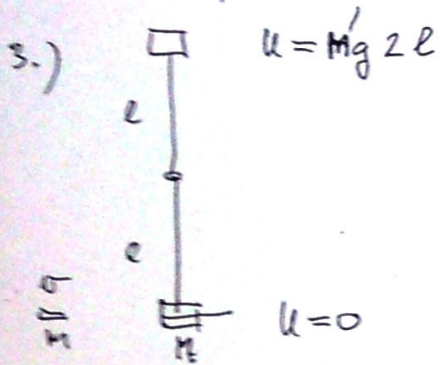
$a_t(1) = 6 \text{ m/s}^2$

$a_{cp}(1) = 3 \text{ m/s}^2$

$\boxed{a} = \sqrt{a_t^2 + a_{cp}^2} = \sqrt{6^2 + 3^2} = \sqrt{45} = 6.7 \text{ m/s}^2$

2.)  $F(x) = -200x^3$   $F_x = -F(x) = 200x^3$

$\boxed{W} = \int_{x_1}^{x_2} F_x(x) dx = 200 \int_{0.1}^{0.3} x^3 dx = 200 \left[ \frac{x^4}{4} \right] = 50 [0.3^4 - 0.1^4] = 0.4 \text{ J}$



$M = 0.2 \text{ kg}$   
 $m = 3 \text{ kg}$   
 $l = 0.5 \text{ m}$

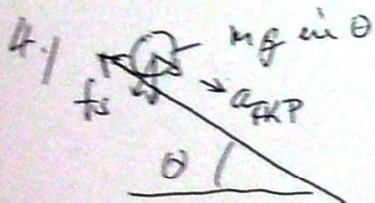
$m v + 0 = (m + M) u$

$u = \frac{m}{m + M} v$

$M' = m + M$

$\frac{1}{2} M v^2 + 0 = 0 + Mg \cdot 2l$

$\frac{1}{2} \left( \frac{m}{m + M} \right) v^2 = 2gl \Rightarrow v = \frac{m + M}{m} \sqrt{4gl} = \frac{0.2 + 0.005}{0.005} \sqrt{4 \times 9.8 \times 0.5}$   
 $\boxed{v = 181.6 \text{ m/s} \approx 182 \text{ m/s}}$



$mg \sin \theta - f_s = m a_{FKP}$

tiştan gördül  $a = a_{FKP}$   $a = R\alpha$

$\underline{I_{FKP}} = f_s R \Rightarrow f_s = \frac{I_c}{R^2} \alpha_{FKP}$

$mg \sin \theta - \frac{I_c}{R^2} a_{FKP} = m a_{FKP}$   $I_c = \frac{1}{2} m R^2$

$a_{FKP} = \frac{mg \sin \theta}{\frac{I_c}{R^2} + m} = \frac{2}{3} g \sin \theta = \frac{2g}{3} \frac{\sqrt{3}}{2} = \boxed{\frac{g}{\sqrt{3}}}$

5.)  $m = 2 \text{ kg}$   $\vec{F}(t) = 6\vec{e}_x - 5t\vec{e}_y + 3\vec{e}_z$

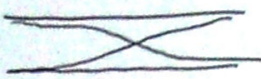
$\vec{p}(t) = m \vec{v}(t) = m \frac{d\vec{r}}{dt} = 2 \times (-5) \vec{e}_y = -10 \vec{e}_y$

$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p} = \begin{vmatrix} \vec{e}_x & \vec{e}_y & \vec{e}_z \\ 6 & -5t & 3 \\ 0 & -10 & 0 \end{vmatrix}$

$\boxed{L_x} = [(6t) \times 0 - 3 \times (-10)] = \boxed{30 \text{ Js}}$



6)  $L = 6\text{ m}$   
 $v = 344 \frac{\text{m}}{\text{s}}$



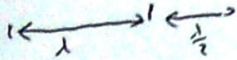
1. Harmónikus  $\rightarrow$  1 csomópont



2. Harmónikus  $\rightarrow$  2 csomópont



3. Harmónikus  $\rightarrow$  3 csomópont



$$L = \frac{3}{2} \lambda \Rightarrow \lambda = 4\text{ m}$$

$$f = \frac{v}{\lambda} = \frac{344}{4} \frac{1}{\text{s}} = 86 \frac{1}{\text{s}} \Rightarrow \boxed{B}$$

7)  $F_c = 2 \cdot m \cdot (v \times \omega) =$

$$= 2 \cdot \begin{vmatrix} i & j & k \\ 3 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 6 \end{vmatrix} [\text{N}] = 24 e_x - 36 e_y [\text{N}] \Rightarrow \boxed{D}$$

8)  $n = 2\text{ mol}$   
 $\omega = 258 \text{ J}$

He egy átmeneti  $\rightarrow$  szobadsági fokok:  $f = 3$

adiabtikus  $\rightarrow Q = 0$

[főtétel  $\Delta U = W + Q = W$

vagyis  $\Delta U = \frac{f}{2} n R \Delta T$

$$\Delta T = \frac{2 \cdot \omega}{3 \cdot n \cdot R} = \frac{10 \cdot 3}{3 \cdot 2 \cdot 8.314} \text{ K}$$

$$\Rightarrow \boxed{B}$$

9)  $U = 20x^3 - 100y^2 + 240 \quad (\text{SI})$

$$E = -\text{grad} U$$

$$E = (-60x^2, 200y, 0) \quad (\text{SI})$$

$$E(x=2, y=1) = -240 \underline{i} + 200 \underline{j} \quad \frac{\text{N}}{\text{m}} \Rightarrow \boxed{B}$$



10

$$C_1 = 2 \text{ nF}$$

$$U = 100 \text{ V}$$

$$\epsilon_r = 5$$

$$Q = C_1 \cdot U \rightarrow \text{a végig állandó a lemezeken}$$

$$W^{el} = \frac{1}{2} \cdot \frac{Q^2}{C}$$

Szigetelővel kapacitása  $C = \frac{A}{d} \cdot \epsilon_0 \cdot \epsilon_r$

$$\rightarrow \text{szigetelővel } C_1 = \frac{A}{d} \epsilon_0 \epsilon_r \Rightarrow \frac{A}{d} = \frac{C_1}{\epsilon_0 \cdot \epsilon_r}$$

$$\rightarrow \text{szigetelő nélkül } C_2 = \frac{A}{d} \cdot \epsilon_0 = \frac{C_1}{\epsilon_r}$$

Az elektronok teljes energiája

$$\rightarrow \text{szigetelővel } W_1^{el} = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C_1}$$

$$\rightarrow \text{szigetelő nélkül } W_2^{el} = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C_2} = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C_1} \cdot \epsilon_r$$

$$\Rightarrow \Delta W^{el} = W_2^{el} - W_1^{el} = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C_1} (\epsilon_r - 1)$$

$$W_{kísér} = \Delta W^{el} = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C_1} (\epsilon_r - 1) = \frac{1}{2} \cdot C_1 \cdot U^2 (\epsilon_r - 1) = 4 \cdot 10^{-5} \text{ J}$$

$\Rightarrow$  [A]







Aláírás:.....

NÉV:.....

**Szöveges választ igénylő kérdések**  
Válaszait tömör, vázaltszerű formában ezen a lapon adja meg!

**1.) Feladat**

a. Írja fel a munkatételt!

$$\sum W_k = \Delta E_{kin}$$

b. Disszipatív erők esetén (pl. közegellenállás) érvényes-e a munkatétel?

Igen

c. Egy dimenzióban származtassa a munkatételt!

$$F = m \cdot a \quad | \int v dt$$

$$\int F \cdot v dt = \int m \cdot v dv$$

$$W = \int F ds = \frac{1}{2} m v^2$$

**2.) Feladat**

a. Írja fel a harmonikus rezgőmozgás mozgásegyenletét (differenciálegyenletét)!

$$\ddot{x} + \omega^2 x = 0 \quad \omega = \sqrt{\frac{D}{m}} \rightarrow D = m \omega^2$$

b. Írja fel a differenciálegyenlet megoldását!

$$x = A \cdot \sin(\omega t + \delta)$$

c. Harmonikus rezgőmozgás esetén írja fel a kinetikus és potenciális energiát az idő függvényében!

$$U = \frac{1}{2} D x^2 = \frac{1}{2} D A^2 \sin^2(\omega t + \delta) = \frac{1}{2} A^2 m \omega^2 \sin^2(\dots)$$

$$K = \frac{1}{2} m \dot{x}^2 = \frac{1}{2} m A^2 \omega^2 \cos^2(\omega t + \delta) = \frac{1}{2} A^2 m \omega^2 \cos^2(\dots)$$

**3.) Feladat**

a. Írja fel a merev testre ható forgatónyomaték és impulzusmomentum (perdület) kapcsolatát!

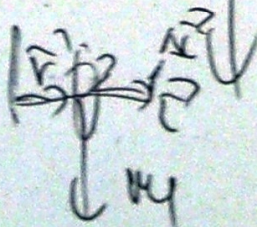
$$\sum M = \frac{dL}{dt} \quad \sum \vec{L} = \frac{d\vec{L}}{dt}$$

b. Mit tapasztalunk, ha egy biciklikereket megpörgetünk és a tengelyére erősített kötelet a kezünkben tartjuk? Készítsen vázlatot!

Igen

c. Mi a fenti jelenség oka?

Precesszió





4.) Feladat

a.) Írja fel az elektrosztatika Gauss-tételét!

$$\oint \underline{E} \cdot d\underline{A} = \frac{1}{\epsilon} \cdot \int \rho \, dV \quad | \quad \text{div } \underline{E} = \frac{1}{\epsilon} \cdot \rho$$

b.) A Gauss tétel felhasználásával határozza meg egy  $\rho = \text{állandó töltéssűrűségű } R \text{ sugarú gömb belsejében az elektromos térerősséget. (2p)}$



$$\rho < r < R \quad \underline{E}(r) \cdot 4\pi r^2 = \frac{4}{3} r^3 \pi \cdot \rho \cdot \frac{1}{\epsilon_0}$$

$$\underline{E}(r) = \frac{\rho}{3\epsilon} \cdot r$$

5.) Feladat

a.) Írja fel az elektromos potenciál definícióját egy  $r_0$  referencia-ponthez képest!

$$U(r) = - \int_{r_0}^r \underline{E}(r') \cdot d\underline{r}'$$

b.) Írja fel az elektromos potenciálkülönbséget  $r_A$  és  $r_B$  pontok között (ahol  $r_B$  a végpont, amelyet  $r_A$ -hoz viszonyítunk)!

$$\Delta U = U(r_B) - U(r_A) = \int_{r_A}^{r_B} \underline{E}(r') \cdot d\underline{r}'$$

c. Az elektromos potenciál ismeretében hogyan számíthatjuk ki a térerősséget derékszögű koordináta-rendszerben?

$$E_x = - \frac{\partial U(x,y,z)}{\partial x}, \quad E_y = - \frac{\partial U(x,y,z)}{\partial y}, \quad E_z = - \frac{\partial U(x,y,z)}{\partial z}$$