

1. feladat (8 pont)

Határozza meg az

$$y' = \frac{\operatorname{sh}^6(2y)}{\operatorname{ch}(2y)} \sqrt[5]{3+8x}$$

differenciálegyenlet általános megoldását! (Elég az implicit alak.)

2. feladat (10 pont)

Határozza meg a következő kezdetiérték-probléma megoldását!

$$y'(x) + \frac{2}{x}y(x) = 3x^2, \quad y(1) = 4$$

3. feladat (4+4=8 pont)

$$y' = x^2 + y^2 - 8$$

- a) Rajzolja föl a differenciálegyenlet $K = 0$ és $K = 1$ izoklináját, és jelöljön be két-két vonalelemet!
- b) Milyen lokális tulajdonságai vannak az egyenlet $(x_0, y_0) = (2, -2)$ ponton áthaladó megoldásának? (Feltéhetjük, hogy a megoldás kellően sokszor differenciálható.)

4. feladat (12 pont)

Határozza meg a következő differenciálegyenlet általános megoldását!

$$y''(x) - y'(x) - 6y(x) = 4 \operatorname{ch}(3x)$$

5. feladat (3+5+4=12 pont)

Konvergensek-e az alábbi sorok?

$$a) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 - 2n + 3}{(n+3)^2}; \quad b) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{n-4}{n^2}; \quad c) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+4}{n^{3/2}}.$$