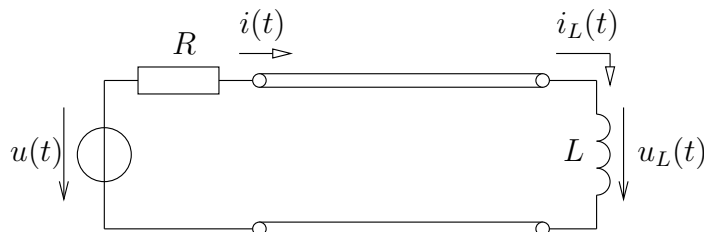


Név: JAVÍTÓ	Nagypélda: 10	JEGY
NEPTUN:	Kispéldák: 10	
Aláírás:	Összpont: 20	

Nagypélda – Σ 10 pont (A megoldást külön lapra kérjük!)



Az fenti hálózat szinuszos állandósult állapotban van, a gerjesztés időfüggvénye $u(t) = 200 \cos(\omega t)$ V, ahol a körfrekvencia $\omega = 50$ krad/s. A távvezeték ideális, hossza a vezetéken mérhető hullámhosszal kifejezve $l = \frac{9}{8}\lambda$. További paraméterek: $Z_0 = 50 \Omega$, $R = 150 \Omega$ és $L = 2$ mH.

a. Határozza meg az $i(t)$ áram időfüggvényét! (5 pont)

$$X = \omega L = 100 \Omega, \quad \text{tg}(\beta l) = \text{tg}(9\pi/4) = 1$$

$$Z_{be} = Z_0 \frac{jX + Z_0 \text{tg}(\beta l)}{Z_0 + (jX) \text{tg}(\beta l)} = -j150 \Omega$$

$$Z_e = R + Z_{be} = \sqrt{2} 150 e^{-j\pi/4} \Omega = 212,1 e^{-j\pi/4} \Omega$$

$$i(t) = \frac{200}{212,1} \cos(\omega t + \pi/4) \text{ A} = 0,943 \cos(\omega t + \pi/4) \text{ A}$$

b. Adja meg az L induktivitás áramának és feszültségének komplex amplitúdóját! (4 pont)

$$\frac{I^-}{I^+} = -e^{-j2\beta l} \frac{jX - Z_0}{jX + Z_0} = e^{j2,498} \quad (143,1^\circ)$$

$$I^+ + I^- = 0,943 e^{j\pi/4} \text{ A}$$

A fenti két egyenletből:

$$I^+ = 1,491 e^{-j0,464} \text{ A} \quad (-26,6^\circ), \quad I^- = 1,491 e^{j2,034} \text{ A} \quad (116,6^\circ)$$

$$I_L = I^+ e^{-j\beta l} + I^- e^{j\beta l} = 1,333 e^{-j2,356} \text{ A} \quad (-135^\circ)$$

$$U_L = jX I_L = 133,3 e^{-j0,785} \text{ V} \quad (-45^\circ)$$

c. Mekkora *hatásos* teljesítmény áramlik a távvezetéken a tekercs irányába? (1 pont)

Ideális távvezeték + reaktív lezárás \Rightarrow zérus hatásos teljesítmény áramlik.

Kispéldák – Σ 10 pont (A jó megoldás 2 pontot ér. Kérjük, hogy a választ a pontozott helyre írja!)

1. Levegőben egymástól $d = 2$ m távolságban két nagyon hosszú, vékony vezető van egymással párhuzamosan elhelyezve. A vezetőkben $I = 10$ A folyik ellentétes irányban. Adja meg a mágneses indukció nagyságát a vezetők síkjában, azoktól egyenlő távolságban („középen”)!

$$B = \mu_0 2 \frac{I}{2\pi(d/2)} = 4 \times 10^{-6} \text{ T}$$

2. Egy sűrűn tekercselt toroid vasmagjának térfogata $V = 10^{-3} \text{ m}^3$. A tekercsben $I = 2 \text{ A}$ áram folyik. A tekercs induktivitása $L = 0,8 \text{ H}$. Adja meg az átlagos mágneses energiasűrűséget a vasmagban! (A vasmag állandó permeabilitásúnak tekinthető.)

$$\bar{w} = \frac{W}{V} = \frac{LI^2}{2V} = 1,6 \times 10^3 \text{ J/m}^3$$

3. Vákuumban terjedő síkhullám merőlegesen esik egy ideális vezető fémsíkra. A beeső hullám amplitúdója $E^+ = 300 \text{ V/m}$. Adja meg a mágneses térerősség eredő (beeső+visszavert hullám) amplitúdóját a lemez felszínén!

$$H = \frac{2E^+}{Z_0} = 1,59 \text{ A/m}$$

4. Egy hosszú, egyenes, $r = 8 \text{ mm}$ sugarú tömör alumínium vezetőben ($\sigma = 3,5 \times 10^7 \text{ S/m}$) $\omega = 3,2 \text{ Mrad/s}$ körfrekvenciájú, szinuszos áram folyik. A behatolási mélység $\delta = 0,12 \text{ mm}$. Adja meg a hosszegységre eső belső induktivitást az adott körfrekvencián!

$$L' = \frac{R'}{\omega} = \frac{1}{\omega} \frac{1}{2r\pi\delta\sigma} = 1,48 \times 10^{-9} \text{ H/m}$$

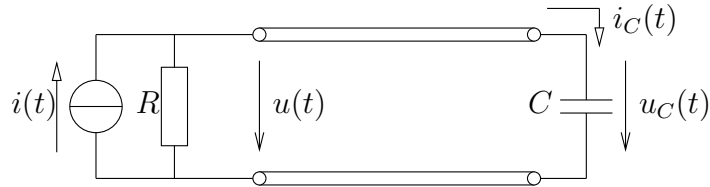
5. Egy Hertz-dipólus távolterében a dipólustól $R_1 = 200 \text{ m}$ távolságban, $\vartheta = 30^\circ$ elevációs szög alatt a teljesítménysűrűség időátlagos $S_1 = 4 \text{ mW/m}^2$. Adja meg a teljesítménysűrűség időátlagát $R_2 = 400 \text{ m}$ távolságban, a ϑ irányban!

$$S_2 = \left(\frac{R_1}{R_2}\right)^2 S_1 = 1 \text{ mW/m}^2$$

Pontszám	Osztályzat
0 - 9	elégtelen (1)
10 - 13	elégséges (2)
14 - 15	közepes (3)
16 - 17	jó (4)
18 - 20	jeles (5)

Név: JAVÍTÓ	Nagypélda: 10	JEGY
NEPTUN:	Kispéldák: 10	
Aláírás:	Összpont: 20	

Nagypélda – Σ 10 pont (A megoldást külön lapra kérjük!)



Az fenti hálózat szinuszos állandósult állapotban van, a gerjesztés időfüggvénye $i(t) = 5 \cos(\omega t)$ A, ahol a körfrekvencia $\omega = 50$ krad/s. A távvezeték ideális, hossza a vezetéken mérhető hullámhosszal kifejezve $l = \frac{15}{8}\lambda$. További paraméterek: $Z_0 = 50 \Omega$, $R = 150 \Omega$ és $C = 0,2 \mu\text{F}$.

a. Határozza meg az $u(t)$ feszültség időfüggvényét! (5 pont)

$$X = \frac{1}{\omega C} = 100 \Omega, \quad \text{tg}(\beta l) = \text{tg}(15\pi/4) = -1$$

$$Z_{be} = Z_0 \frac{-jX + Z_0 j \text{tg}(\beta l)}{Z_0 + (-jX) j \text{tg}(\beta l)} = j150 \Omega$$

$$Z_e = R \times Z_{be} = \frac{150}{\sqrt{2}} e^{j\pi/4} \Omega = 106,1 e^{j\pi/4} \Omega$$

$$u(t) = 5 \cdot 106,1 \cos(\omega t + \pi/4) \text{ V} = 530,5 \cos(\omega t + \pi/4) \text{ V}$$

b. Adja meg a kondenzátor áramának és feszültségének komplex amplitúdóját! (4 pont)

$$\frac{U^-}{U^+} = e^{-j2\beta l} \frac{-jX - Z_0}{-jX + Z_0} = e^{j0,644} \quad (36,9^\circ)$$

$$U^+ + U^- = 530,5 e^{j\pi/4} \text{ V}$$

A fenti két egyenletből:

$$U^+ = 279,5 e^{j0,464} \text{ V} \quad (26,6^\circ), \quad U^- = 279,5 e^{j1,107} \text{ V} \quad (63,4^\circ)$$

$$U_C = U^+ e^{-j\beta l} + U^- e^{j\beta l} = 500 e^{j\pi/4} \text{ V} \quad (45^\circ)$$

$$I_C = \frac{U_C}{-jX} = 5 e^{j3\pi/4} \text{ A} \quad (135^\circ)$$

c. Mekkora *hatásos* teljesítmény áramlik a távvezetéken a kondenzátor irányába? (1 pont)

Ideális távvezeték + reaktív lezárás \Rightarrow zérus hatásos teljesítmény áramlik.

Kispéldák – Σ 10 pont (A jó megoldás 2 pontot ér. Kérjük, hogy a választ a pontozott helyre írja!)

1. Levegőben egymástól $d = 4$ m távolságban két nagyon hosszú, vékony párhuzamos vezető van elhelyezve. A vezetőkben $I = 5$ A áram folyik ellentétes irányban. Adja meg a mágneses térerősség nagyságát a vezetők síkjában, azoktól egyenlő távolságban („középen”)!

$$H = 2 \frac{I}{2\pi(d/2)} = 0,796 \text{ A/m}$$

2. Egy sűrűn tekercselt, $N = 1000$ menetes légmagos szolenoid hossza $l = 20$ cm, sugara $r = 3$ cm. A tekercsben $I = 5$ A áram folyik. Adja meg a mágneses indukció közelítő értékét a szolenoid középpontjában!

$$B = \mu_0 \frac{NI}{l} = 31,4 \text{ mT}$$

3. Vákuumban terjedő síkhullám merőlegesen esik egy ideális vezető fémsíkra. A mágneses térerősség amplitúdója a lemez felszínén $H = 0,5$ A/m. Adja meg a beeső hullám elektromos térerősségének csúcértékét!

$$E^+ = \frac{Z_0 H}{2} = 94,3 \text{ V/m}$$

4. Egy hosszú, egyenes, $r = 8$ mm sugarú tömör réz vezetőben ($\sigma = 5,7 \times 10^7$ S/m) $\omega = 2$ Mrad/s körfrekvenciájú szinuszos áram folyik. Adja meg a vezető hosszegységre eső ellenállását!

$$\delta = \sqrt{\frac{2}{\omega \mu_0 \sigma}} = 1,18 \times 10^{-4} \text{ m}, \quad R' = \frac{1}{2r\pi\delta\sigma} = 2,95 \times 10^{-3} \Omega/\text{m}$$

5. Egy Hertz-dipólus távolterében a dipólustól $R = 150$ m távolságban, $\vartheta_1 = 45^\circ$ elevációs szög alatt az elektromos térerősség amplitúdója $E_1 = 100$ mV/m. Adja meg az E_2 elektromos térerősséget R távolságban, $\vartheta_2 = 30^\circ$ irányban!

$$E_2 = \frac{\sin \vartheta_2}{\sin \vartheta_1} E_1 = 70,72 \text{ mV/m}$$

Pontszám	Osztályzat
0 - 9	elégtelen (1)
10 - 13	elégséges (2)
14 - 15	közepes (3)
16 - 17	jó (4)
18 - 20	jeles (5)