

1. feladat (8 pont)

Határozza meg a $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(2n+1)^n}{n!} x^n$ hatványsor konvergenciasugarát!

2. feladat (7+7=14 pont)

Határozza meg a következő függvények adott középpontú Taylor-sorát, és a sorok konvergenciasugarát!

$$a) \quad f(x) = \frac{1}{2x+5}, \quad x_0 = -1; \quad b) \quad g(x) = e^{3x} \cdot \operatorname{ch}(2x), \quad x_0 = 4;$$

3. feladat (5+5+5+5=20 pont)

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2 y^2}{4x^4 + 5y^4}, & \text{ha } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0, & \text{ha } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

a) Folytonos f az origóban? (Állítását indokolja meg!)

b) Határozza meg az f'_x és f'_y parciális deriváltakat \mathbb{R}^2 minden pontjában!

c) Pontosan hol deriválható totálisan az f függvény? (Válaszát indokolja meg!)

d) Határozza meg $\frac{df(0,0)}{d\mathbf{v}} = D_{\mathbf{v}}f(0,0)$ iránymenti derivált értékét, ha $\mathbf{v} = \begin{bmatrix} 3/5 \\ -4/5 \end{bmatrix}$!
(*Tanács:* a definícióval dolgozzon!)

4. feladat (25 pont)

Hol és milyen jellegű szélsőértékei vannak az $f(x, y) = x^3 + 3xy + y^3$ függvénynek?

5. feladat (18 pont)

Ábrázolja az integrálási tartományt és határozza meg az integrál értékét!

$$T = \left\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid \begin{array}{l} -|x| + y \geq 0 \\ x^2 + y^2 \leq 1 \end{array} \right\} \quad \iint_T xy \, dT = ?$$

6. feladat (15 pont)

Ábrázolja az integrálási tartományt, és az integrálok sorrendjének felcserélésével határozza meg az integrál értékét!

$$\int_0^2 \int_{1+y^2}^5 y e^{(x-1)^2} dx dy$$

IMSC feladat (15 IMSC pont)

Keresse meg a $x^2 - z^2 = 1$ felület (hiperbolikus henger) origóhoz legközelebb eső pontjait!