1. Bináris lineáris hibajavító blokk-kódokra igaz, hogy

A legalább 1 hiba mindig jelezhető, de a jelezhető hibák száma több is lehet; öbb is lehet

B a jelezhető hibák száma $t_{jel} < d_{min}$;

C a javítható hibák száma legalább 1, azaz $t_{jav} \geq 1$;

D a javítható törléses hibák száma $t_{tör} = d_{min}-1$;

---

2. Az Rc=K/N kódarányú (N,K,q) lineáris hibajavító ... G generátormátrixa c=uG kódgenerálás esetén:

A K sorból és N oszlopból áll

B K oszlopból és N sorból áll;

C szisztematikus kód esetén tartalmazza az (N-K)x(N-K) méretű I egységmátrixot

D Szisztematikus kód esetén minden esetben tartalmazza a KxK méretű egységmátrixot

---

3. Lineáris hibajavító (csatornakódoló) blokk-kódokra igaz, hogy az érvényes kódszavak

A a kódtér egy lineáris alterét képezik

B a kódteret teljes mértékben kitöltik;

C a kódtér aritmetikai műveletekre zárt részét képezik

D aritmetikai összege megegyezik a kódtér dimenziójával

---

4. Bináris lineáris hibajavító (csatornakódoló) blokk-kódokra igaz, hogy bármely két kód

A Hamming távolsága minimális, azaz 0, hogy 0 hiba maradjon, azaz mindet ki tudja javítani;

B Hamming távolsága maximális, azaz minden bitben különbözik;

C lineáris kombinációjával (N=3, K=2) esetben az összes többi kód előállítható

D kivéve a 0-vektor kódot (N=3, K=2) esetben a kódok bázisát alkotja

---

5. A lineáris hibajavító (csatornakódoló) blokk-kód szisztematikus például akkor, ha a kódszó

A eleje azonos az üzenetszóval

B vége azonos az üzenetszóval

C a paritásszimbólumokat az üzenetszó szimbólumaitól elkülönítve tartalmazza

D csak az üzenetszó szimbólumait tartalmazza

6. Az R_c=K/N kódarányú (N,K,q) lineáris hibajavító (csatornakódoló) blokk-kód H paritásellenőrző mátrixa c=uG kódgenerálás esetén

A K sorból és N oszlopból vagy K oszlopból és N sorból áll;

B az $s^T=Hv^T$ szindróma vektor csak hibamentes esetben egyezik meg a 0 vektorral;

C az $s^T=Hv^T$ szindróma vektor a javítható nem törléses hibák számával megegyezik;

D szisztematikus kód esetén tartalmazza az (N-K)x(N-K) méretű I egységmátrixot.

7. Lineáris hibajavító kódolás esetén d_{min}

A bármely két kód közötti Hamming távolsággal egyenlő.

B bármely két kód közötti Hamming távolság maximumával egyenlő.

C bármely két kód közötti Hamming távolság minimumával egyenlő.

D a jelezhető hibák számánál feltétlenül nagyobb.

8. Lineáris hibajavító (N,K,q) kódok konstrukciós törvényei közül a

A Singleton korlát adott q, d_{min} és kódszó-hossz N mellett a kódszavak (ezzel persze az üzenetszavak) számának felső határát szabja meg.

B Singleton korlátot kielégítő összes kód maximális távolságú (MDS) kód.

C Hamming korlát adott hibajavító képesség mellett a kódparaméterek (N,K,q) értékeire ad korlátozó összefüggést.

D perfekt kód esetén az N dimenziós, q-áris kódtér minden pontja érvényes kódszó.

9. Lineáris hibajavító kódolás esetén

A minden hibát észlelhetünk, hiszen hiba esetén az adott érvényes kódvektortól eltérő vektort veszünk.

B minden olyan hibát észlelünk, ahol az adott és a vett vektorok Hamming távolsága megegyezik a d_{min} kódtávolsággal.

C bináris esetben a törléses hibák (akár több is) feltétlenül kijavíthatóak, hiszen csak invertálni kell a hibás biteket.

D szükségszerűen a kódtér minden elemére igaz, hogy az vagy egy érvényes kódszó, vagy egy ilyen döntési kódalterének eleme, ha a kód perfekt.

10. GF(q) prím méretű véges test felett értelmezett lineáris blokk kódok vektoriális ábrázoláskor a vektorok

A összegzését vektorkoordinátánként moduló q operációval végezzük;

B összegzését a vektorkoordináták konvolúciójával végezzük;

C konstanssal szorzást vektorkoordinátánként moduló q operációval végezzük;

D szorzatát a vektorkoordinátákat konvolválva és moduló q operációt alkalmazva képezzük.

11. GF(q) prím hatvány méretű véges test felett értelmezett lineáris blokk kódok polinomos ábrázoláskor ($a(x)=a_0+a_1x^1+a_2x^2+\ldots$) a polinomok

A összegzését az azonos fokú tagok együtthatóinak moduló q összegzésével végezzük;

B összegzését a $(a(x)+b(x)) \bmod p(x)$ művelettel végezzük, ahol $p(x)$ egy q-ad fokú polinom;

C szorzását az azonos fokú tagok együtthatóinak moduló q szorzatával végezzük;

D szorzását a $(a(x)\cdot b(x)) \bmod p(x)$ művelettel végezzük, ahol $p(x)$ egy q-ad fokú polinom.

12. A lineáris Hamming kód

A bináris esetben egy hibát képes javítani;

B nembináris esetben egy hibát képes javítani;

C esetén mindig teljesül, hogy a kódtér minden eleme valamely érvényes kódszó döntési kódalterének is eleme egyben;

D bináris esetben perfekt kód is lehet, de nem feltétlenül az.

13. Az (N,K,q) ciklikus hibajavító kódok

A minden esetben bináris lineáris kódok, hiszen a linearitás miatt $q=2$;

B minden esetben nembináris lineáris kódok, hiszen a linearitás miatt $q>2$;

C generálása a GF(q) felett értelmezett x^N-1 polinommal, mint generátor polinommal történik;

D generálása a GF(q) felett értelmezett x^N-1 polinom bármelyik N-K-ad fokú osztó polinomjával, mint generátor polinommal történhet.

14. A lineáris ciklikus hibajavító kódok

A kódszavai egymás ciklikus eltoltjai;

B kódszavai közötti Hamming távolságok bináris esetben minimálisak, hiszen azok egymás ciklikus eltoltjai;

C családjában léteznek szisztematikusak is;

D a ciklikus eltolás miatt sohasem lehetnek szisztematikusak.

15. Az (N,K,q) ciklikus hibajavító kódok

A képezhetőek a GF(q) véges test felett értelmezett N-K fokú generátor polinomokkal;

B esetén, ha egy kódszó $g(x)$ generátor polinommal generált, akkor annak ciklikus eltoltja is a $g(x)$ polinommal generált;

C családjába tartoznak a CRC kódok is;

D esetén az üzenetszavak ciklikus eltoltjai alkotják a kódszavakat;

1. Egy lineáris hibajavító (csatornakódoló) blokk-kód szisztematikus például akkor, ha a kódszó

A eleje azonos az üzenetszóval;
B vége azonos az üzenetszóval;
C a paritásszimbólumokat az üzenetszó szimbólumaival váltakozva tartalmazza;
D csak az üzenetszó szimbólumait tartalmazza.

2. Lineáris hibajavító kódolás esetén

A minden hibát észlelhetünk, hiszen hiba esetén az adott érvényes kódvektortól eltérő vektort veszünk.

B minden olyan hibát észlelünk, ahol az adott és a vett vektorok Hamming távolsága megegyezik a d_{min} kódtávolsággal.

C bináris esetben a törléses hibák (akár több is) feltétlenül kijavíthatóak, hiszen csak invertálni kell a hibás biteket.

D szükségszerűen a kódtér minden elemére igaz, hogy az vagy egy érvényes kódszó, vagy egy ilyen döntési kódalterének eleme, ha a kód perfekt.

3. GF(q) prím méretű véges test felett értelmezett lineáris blokk kódok vektoriális ábrázoláskor a vektorok

A összegzését vektorkoordinátánként moduló q operációval végezzük;
B összegzését a vektorkoordináták konvolúciójával végezzük;
C konstanssal szorzást vektorkoordinátánként moduló q operációval végezzük;
D szorzatát a vektorkoordinátákat konvolválva és moduló q operációt alkalmazva képezzük.

4. Az R_c=K/N kódarányú (N,K,q) lineáris hibajavító (csatornakódoló) blokk-kód G generátormátrixa c=uG kódgenerálás esetén

A K sorból és N oszlopból áll;
B K oszlopból és N sorból áll;
C szisztematikus kód esetén tartalmazza az (N-K)x(N-K) méretű I egységmátrixot;
D szisztematikus kód esetén minden esetben tartalmazza a KxK méretű I egységmátrixot.

5. Bináris lineáris csatornakódoló blokk-kódokra igaz, hogy

A legalább 1 hiba mindig jelezhető, de a jelezhető hibák száma több is lehet;
B a jelezhető hibák száma $t_{jel} < d_{min}$;
C a javítható hibák száma legalább 1, azaz $t_{jav} \geq 1$;
D a javítható törléses hibák száma $t_{tör} = d_{min}-1$;

6. GF(q) prím hatvány méretű véges test felett értelmezett lineáris blokk kódok polinomos ábrázoláskor ($a(x)=a_0+a_1x^1+a_2x^2+\ldots$) a polinomok

A összegzését az azonos fokú tagok együtthatóinak moduló q összegzésével végezzük;

B összegzését a $(a(x)+b(x)) \bmod p(x)$ művelettel végezzük, ahol $p(x)$ egy q-ad fokú polinom;

C szorzását az azonos fokú tagok együtthatóinak moduló q szorzatával végezzük;

D szorzását a $(a(x)\cdot b(x)) \bmod p(x)$ művelettel végezzük, ahol $p(x)$ egy q-ad fokú polinom.

7. A lineáris Hamming kód

A bináris esetben egy hibát képes javítani;

B nembináris esetben egy hibát képes javítani;

C esetén mindig teljesül, hogy a kódtér minden eleme valamely érvényes kódszó döntési kódalterének is eleme egyben;

D bináris esetben perfekt kód is lehet, de nem feltétlenül az.

8. Az (N,K,q) ciklikus hibajavító kódok

A minden esetben bináris lineáris kódok, hiszen a linearitás miatt $q=2$;

B minden esetben nembináris lineáris kódok, hiszen a linearitás miatt $q>2$;

C generálása a GF(q) felett értelmezett x^N-1 polinommal, mint generátor polinommal történik;

D generálása a GF(q) felett értelmezett x^N-1 polinom bármelyik N-K-ad fokú osztó polinomjával, mint generátor polinommal történhet.

9. A lineáris ciklikus hibajavító kódok

A kódszavai egymás ciklikus eltoltjai;

B kódszavai közötti Hamming távolságok bináris esetben minimálisak, hiszen azok egymás ciklikus eltoltjai;

C családjában léteznek szisztematikusak is;

D a ciklikus eltolás miatt sohasem lehetnek szisztematikusak.

10. Az (N,K,q) ciklikus hibajavító kódok

A képezhetőek a GF(q) véges test felett értelmezett N-K fokú generátor polinomokkal;

B esetén, ha egy kódszó g(x) generátor polinommal generált, akkor annak ciklikus eltoltja is a g(x) polinommal generált;

C családjába tartoznak a CRC kódok is;

D esetén az üzenetszavak ciklikus eltoltjai alkotják a kódszavakat;

11. Az R_c=K/N kódarányú (N,K,q) lineáris hibajavító (csatornakódoló) blokk-kód H paritásellenőrző mátrixa c=uG kódgenerálás esetén

A K sorból és N oszlopból vagy K oszlopból és N sorból áll;

B az $s^T=Hv^T$ szindróma vektor csak hibamentes esetben egyezik meg a 0 vektorral;

C az $s^T=Hv^T$ szindróma vektor a javítható nem törléses hibák számával megegyezik;

D szisztematikus kód esetén tartalmazza az (N-K)x(N-K) méretű I egységmátrixot.

12. Lineáris hibajavító kódolás esetén d_{min}

A bármely két kód közötti Hamming távolsággal egyenlő.

B bármely két kód közötti Hamming távolság maximumával egyenlő.

C bármely két kód közötti Hamming távolság minimumával egyenlő.

D a jelezhető hibák számánál feltétlenül nagyobb.

13. Lineáris hibajavító (csatornakódoló) blokk-kódokra igaz, hogy az érvényes kódszavak

A a kódtér egy lineáris alterét képezik;

B a kódteret teljes mértékben kitöltik;

C a kódtér aritmetikai műveletekre zárt részét képezik;

D aritmetikai összege megegyezik a kódtér dimenziójával.

14. Bináris lineáris hibajavító (csatornakódoló) blokk-kódokra igaz, hogy bármely két kód

A Hamming távolsága minimális, azaz 0, hogy 0 hiba maradjon, azaz mindet ki tudjuk javítani;

B Hamming távolsága maximális, azaz minden bitben különböznek;

C lineáris kombinációjával (N=3, K=2) esetben az összes többi kód előállítható;

D kivéve a 0 vektor kódot, (N=3, K=2) esetben a kódok bázisát alkotja.

15. Lineáris hibajavító (N,K,q) kódok konstrukciós törvényei közül a

A Singleton korlát adott q, d_{min} és kódszó-hossz N mellett a kódszavak (ezzel persze az üzenetszavak) számának felső határát szabja meg.

B Singleton korlátot kielégítő összes kód maximális távolságú (MDS) kód.

C Hamming korlát adott hibajavító képesség mellett a kódparaméterek (N,K,q) értékeire ad korlátozó összefüggést.

D perfekt kód esetén az N dimenziós, q-áris kódtér minden pontja érvényes kódszó.

2. Azonos eseménytér felett értelmezett két diszkrét valószínűségi változó, X és Y esetén a relatív entrópia (Kullback-Leibler távolság)

A csak akkor határozható meg, ha X és Y eloszlása megegyezik;

B D(P(X) || P(Y)) a P(X) és P(Y) eloszlások „hasonlóságának" mértéke;

C D(P(X,Y) || P(Y,X)) = 0 bármely P(X) és P(Y) eloszlás esetén;

D D(P(X,Y) || P(X)·P(Y)) = 0, ha X és Y függetlenek.

II. Tétel A csoport: Csatornakapacitás és Csatornakódolás (Hibakorlátozó kódolás) (csatornakapacitás, mint a bemenet és kimenet átlagos kölcsönös információtartama, feltételes entrópiával is; BSC kapacitása levezetéssel; csatornakódolás célja, Shannon II. tétele)

Maximális pontszám: 5.

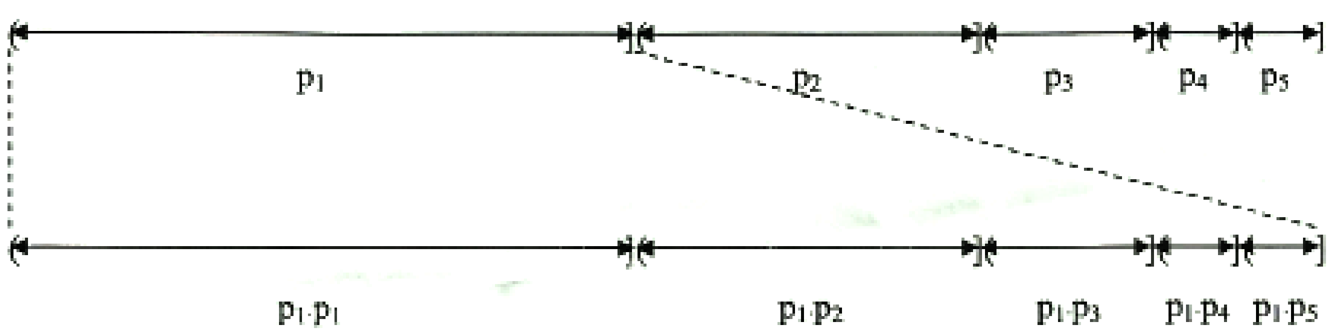
Aritmetikai forráskódolás (max 3 pont): Legyen X egy négyelemű diszkrét forrás a $P(X)=[p(x_1)=p_1=1/2;\ p(x_2)=p_2=1/4;\ p(x_3)=p_3=p(x_4)=1/8]$ elsőrendű diszkrét sűrűségfüggvénnyel a-priori ismert. A forrás változó hosszú szimbólumsorozatait aritmetikai kódolással kódoljuk, ezért bevezetünk egy 'STOP' szimbólumot $p(\text{'STOP'})=p_5=1/16$ valószínűséggel úgy, hogy x_4 esemény valószínűségét önkényesen $p_4=1/16$-nak tekintjük; persze ettől még a forrás $p(x_4)=1/8$ valószínűséggel generálja.

a) Mennyivel (bitben mérve) nő meg az egy szimbólumra eső átlagos kódhossz az ideális forráskódolóhoz képest? (Segítség: ideális forráskódoló hatékonysága 100%; akinek ez mond valamit: tanultunk relatív entrópiáról is) (1 pont)

b) Adja meg az 1001…… kezdetű kódsorozathoz tartozó forrásszimbólum-sorozat első két szimbólumát! (1 pont)

c) Adja meg az x_1, x_1, x_1,'STOP' forrásszimbólum-sorozathoz tartozó legrövidebb bináris kódot! (1 pont)

Indulási segítségnek legyen adott a (0 .. 1] balról nyitott, jobbról zárt intervallum kezdeti felosztása és az első részintervallum további felosztása az alábbi ábra szerint.



Bináris Hamming kód (max 2 pont): Legyen N=15, K=11, azaz alkalmazzuk az (15,11,2) kódot.

a) Határozza meg a lehetségesek közül azt a **H** mátrixot, amely olyan kódhoz tartozik, ahol a kódszó eleje azonos az üzenetszóval, és melynél a nem egységmátrixot képző részben az oszlopokat bináris számként tekintve (első sor 1-esek, 2. sor 2-esek, 3. sor 4-esek, stb.) azok (azaz az oszlopok) balról jobbra növekvő sorrendben rendezettek! (1 pont)

b) A **v**=[1 1 1 0 1 1 0 0 1 0 1 1 1 1 0] vett vektor (a demodulátor kimenete) esetén adja meg a legvalószínűbb **u** üzenetvektort! (A kódgenerálás **c**=**uG** volt.) (1 pont)

Kullbach – Leibler távolság /

/ relatív entrópia /

divergencia

$$D(p\|q) = \sum_x p(x) \, ld \, \frac{p(x)}{q(x)}$$

Példa

$$\begin{array}{lcccc} & x_1 & x_2 & x_3 & x_4 \\ p(x) = \{ & 1/2 & 1/4 & 1/8 & 1/8 \ \} \\ q(x) = \{ & 1/2 & 1/8 & 1/4 & 1/8 \ \} \end{array}$$

$\rightarrow H(X) = 1{,}75$

← eloszlásnak feltételezett