ANALÍZIS 2.	3. ZÁRTHELYI, β variáns	2017. május 2.
Mérnök-informatikus szak	BME, Mat. Int., Analízis Tsz.	Munkaidő: 90 perc

1. feladat (8+7=15 pont)

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{x^2}{x-y}, & \text{ha } x-y \neq 0, \\ 0, & \text{ha } x-y=0, \end{cases} \qquad P(1,-2), \qquad \mathbf{e} = \frac{3}{5}\mathbf{i} + \frac{4}{5}\mathbf{j}$$

a) Határozza meg az f függvény $\mathbf{e}$ irányú iránymenti deriváltját a P pontban!

b) Határozza meg az f függvény $\mathbf{e}$ irányú iránymenti deriváltját az origóban! (Tanács: a definícióval számoljon!)

2. feladat (15 pont)

$$f \in C^2(\mathbb{R}), \qquad g(x,y) = f\left(\frac{y}{x}\right)$$

Írja fel g másodrendű parciális deriváltjait az (x,y) pontban ($x \neq 0$)!

3. feladat (20 pont)

$$f(x,y) = 3xy - x^3 - y^3$$

Hol és milyen jellegű lokális szélsőértékei vannak az f függvénynek?

4. feladat (15 pont)
Az integrálok sorrendjének felcserélésével számolja ki az

$$I = \int_{x=0}^{\frac{\pi}{2}} \int_{y=\cos(x)}^{1} \frac{\sin(x) \cdot \mathrm{e}^y}{y} \, \mathrm{d}y \, \mathrm{d}x$$

integrál értékét! Készítsen rajzot is az integrálási tartományról!

5. feladat (15 pont)

$$T : \begin{cases} |y| \leq x \\ 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4 \end{cases} \qquad \iint_T xy^2 \, \mathrm{d}T = ?$$

6. feladat (20 pont)

$$V : \begin{cases} x \leq 0, \quad y \leq 0, \\ x^2 + y^2 + z^2 \leq 1, \\ \sqrt{x^2 + y^2} \leq z \end{cases} \qquad \iiint_V xy^2 z \, \mathrm{d}V = ?$$

IMSC feladat (12 IMSC pont)
Határozza meg az $x^2 + y^2 \leq 1$ és az $x^2 + z^2 \leq 1$ henger közös részének térfogatát!