1. feladat (10+7=17 pont)

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{xy}{\sqrt{x^2+2y^2}}, & \text{ha } (x,y) \neq (0,0), \\ 0, & \text{ha } (x,y) = (0,0), \end{cases} \qquad P(1,2), \qquad \mathbf{e} = \frac{3}{5}\mathbf{i} - \frac{4}{5}\mathbf{j}$$

a) Írja fel az f függvény grafikonját a P pontban érintő sík egyenletét!

b) Határozza meg az f függvény $\mathbf{e}$ irányú iránymenti deriváltját az origóban! (Tanács: a definícióval számoljon!)

2. feladat (15 pont)

$$f \in C^2(\mathbb{R}), \qquad g(x,y) = x^y \cdot f(x+3y)$$

Írja fel g elsőrendű és vegyes másodrendű parciális deriváltjait az (x,y) pontban ($x > 0$, $y > 0$)!

3. feladat (17 pont)

$$f(x,y) = y^3 - 12y + 2(x+y)^2 - 8(x+y)$$

Hol és milyen jellegű lokális szélsőértékei vannak az f függvénynek?

4. feladat (6+11=17 pont)

$$T: \begin{cases} y \leq 2\sqrt{x} \\ y \geq 0 \\ y \geq 2x - 4 \end{cases} \qquad I = \iint_T y \, \mathrm{d}T$$

Ábrázolja a T tartományt és határozza meg az I integrált!

5. feladat (17 pont)
Határozza meg az

$$x^2 + y^2 \leq 4, \qquad -8 \leq z \leq x + y^2$$

egyenlőtlenségekkel megadott ponthalmaz térfogatárt! (Tanács: használjon henger-koordinátákat!)

6. feladat (6+11=17 pont)

$$V: \begin{cases} x^2+y^2+z^2 \leq 1, \\ |x| \leq y, \\ z \geq 0 \end{cases}, \qquad I = \iiint_V yz \, \mathrm{d}V$$

Adja meg a V tartományt gömbi polárkoordináták segítségéve, és számolja ki az I integrált!