1. feladat (8+7=15 pont)

$$f(x,y)=\begin{cases}\dfrac{y^2}{x+y}, & \text{ha } x+y\neq 0,\\ 0, & \text{ha } x+y=0,\end{cases}\qquad P(2,1),\qquad \mathbf{e}=\frac{-3}{5}\mathbf{i}+\frac{4}{5}\mathbf{j}$$

a) Határozza meg az f függvény $\mathbf{e}$ irányú iránymenti deriváltját a P pontban!

b) Határozza meg az f függvény $\mathbf{e}$ irányú iránymenti deriváltját az origóban! (Tanács: a definícióval számoljon!)

2. feladat (15 pont)

$$f\in C^2(\mathbb{R}),\qquad g(x,y)=f\left(\frac{x}{y}\right)$$

Írja fel g másodrendű parciális deriváltjait az (x,y) pontban $(y\neq 0)$!

3. feladat (20 pont)

$$f(x,y)=x^3+y^3-3xy$$

Hol és milyen jellegű lokális szélsőértékei vannak az f függvénynek?

4. feladat (15 pont)
Az integrálok sorrendjének felcserélésével számolja ki az

$$I=\int_{y=0}^{\frac{\pi}{2}}\int_{x=\sin(y)}^{1}\frac{\cos(y)\cdot \mathrm{e}^x}{x}\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y$$

integrál értékét! Készítsen rajzot is az integrálási tartományról!

5. feladat (15 pont)

$$T:\begin{cases}|x|\leq y\\ 4\leq x^2+y^2\leq 9\end{cases}\qquad \iint_T x^2y\,\mathrm{d}T=?$$

6. feladat (20 pont)

$$V:\begin{cases}0\leq x,\quad y\leq 0,\\ x^2+y^2+z^2\leq 1,\\ \sqrt{x^2+y^2}\leq z\end{cases}\qquad \iiint_V x^2yz\,\mathrm{d}V=?$$

IMSC feladat (12 IMSC pont)
Határozza meg az $x^2+y^2\leq 1$ és az $x^2+z^2\leq 1$ henger közös részének térfogatát!