ZH – 2018. november 29.
Öf = hivatkozás a 12. összefoglalóra:
https://drive.google.com/open?id=1vRbhAurg6Z5duvwHXW7jLsSqk7Y7scIX
----

5. Lineáris SISO.

a) Direkt és részlettörtes felbontás.

- A „direkt felbontás" azt jelenti, hogy ugyanazokat a számokat használjuk, csak más formában. Szóval nem kell semmit átszámolni, csak másképp rendezzük el a dolgot – vizuális átalakítás.
- A részlettörtes felbontásnál már kell számolni is, így nem ugyanazokat a konkrét számokat fogjuk leírni, de egyébként ugyanazt a rendszert fogja leírni ez is, szimpla matematikai átalakításról van szó.

Öf 42. oldal:

$$W(s)=\frac{G(s)}{H(s)}=\underbrace{\frac{g_0s^m+g_1s^{m-1}+\ldots+g_m}{s^n+h_1s^{n-1}+\ldots+h_n}}_{\text{algebraitört alak}}=\underbrace{g_0\frac{\prod_{i=1}^{m}(s-z_i)}{\prod_{i=1}^{n}(s-p_i)}}_{\text{gyöktényezős alak}}=\frac{y(s)}{u(s)}$$

Az átviteli függvény polinomiális kifejezésében a rendszeregyenlet g_i és h_i *valós* együtthatói szerepelnek, így ezek ismerete esetében a $\boldsymbol{W}(s)$ átviteli függvény a rendszeregyenletből *közvetlenül felírható* (az átviteli függvény polinomiális normálalakja és a rendszeregyenlet egymásnak kölcsönösen megfelelő, ugyanazokat a paramétereket tartalmazó „más–más alakjai").

A részlettörtekre bontani viszont csak a gyöktényezős alakot tudjuk. Ez egy tisztán matematikai módszer, aminek a lényege, hogy a szorzatokat törtek összegére bontja fel, így megkönnyíti az inverz Laplace-transzformálást (meg az integrálást úgy általában).

b) Egytárolós T-tag.

Arányos szabályozás fáziskéséssel.

- Arányos tag = gerjesztésre adott válasza a gerjesztés konstansszorosa.
- Egytárolós = a rendszer tehetetlenségét jellemzi, a kimenet nem azonnal követi a bemenet változását, hanem csak egy bizonyos fáziskéséssel.

Öf. 44. oldal:

$W(s)$ tényezője	A megfelelő *rendszeregyenlet*	Megnevezés	Jelölés	Megjegyzés
k	$y(t)=ku(t)$	*Időkésés nélküli arányos* tag	**P**	k: átviteli tényező
sT_D	$y(t)=T_D\frac{du(t)}{dt}$	*Differenciáló* tag	**D**	*Nem realizálható*
$\frac{1}{sT_i}$	$T_i\frac{dy(t)}{dt}=u(t)$	*Integráló* tag	**I**	T_i integrálási idő
$1+sT_d$	$y(t)=u(t)+T_d\frac{du(t)}{dt}$	*Arányos–differenciáló* tag	**PD**	*Nem realizálható*
$\frac{1}{1+sT}$	$T\frac{dy(t)}{dt}+y(t)=u(t)$	*Egytárolós arányos* tag	**T**	T>0, időállandó

$1+2\mu T_d s+T_d^2 s^2$	$y(t)=u(t)+2\mu T_d \frac{du(t)}{dt}+T_d^2 \frac{d^2u(t)}{dt^2}$	P+D+D² tag	PDD²	*Nem realizálható*
$\frac{1}{1+2\xi T_0 s+T_0^2 s^2}$	$T_0^2 \frac{d^2y(t)}{dt^2}+2\xi T_0 \frac{dy(t)}{dt}+y(t)=u(t)$	***Kéttárolós lengő*** **tag**	**T_ξ**	$T_0>0,\ 0<\xi<1$
$\frac{1+sT_i}{sT_i}$	$T_i \frac{dy(t)}{dt}=u(t)+T_i \frac{du(t)}{dt}$	***Arányos-integráló*** **tag**	**PI**	$T_i>0$
$\frac{sT_d}{1+sT}$	$T\frac{dy(t)}{dt}+y(t)=T_d \frac{du(t)}{dt}$	*Egytárolós differenciáló* tag	DT	$T_d>0,\ T>0$
$\frac{1+sT_d}{1+sT}$	$T\frac{dy(t)}{dt}+y(t)=u(t)+T_d \frac{du(t)}{dt}$	*Arányos–differenciáló* tag	PDT	$T_d>T>0$
$\frac{1+sT_i}{1+sT}$	$T\frac{dy(t)}{dt}+y(t)=u(t)+T_i \frac{du(t)}{dt}$	*Közelítő arányos–integráló* tag	PIT	$T>T_i>0$
e^{-sT_h}	$y(t)=u(t-T_h)$	***Holtidős tag***	**H**	$T_h>0$

Az átmeneti függvényt ha nem tudjuk kapásból, akkor ki is számolhatjuk.

$$Y(s)=U(s)\cdot W(s)=\frac{1}{s}\cdot\frac{1}{1+sT}=\frac{A}{s}+\frac{B}{1+sT}=\frac{1}{s}+\frac{-T}{1+sT}=\frac{1}{s}-\frac{1}{s+\frac{1}{T}}$$

$részlettörtekre\ bontás:$

$$A=Y(s)\big|_{s=0}=1$$

$$B=Y(s)\big|_{s=-1/T}=-T$$

$\rightarrow y(t)=1-e^{-\frac{t}{T}}$ Ez az egységugrásválasz.

A „Segédlet 3"-ban (7. oldalon) van egy táblázat az átviteli és átmeneti függvényekről:

Név	a_0	a_1	a_2	b_0	b_1	b_2	*Differenciálegyenlet*	*Átviteli függvény* $[W(s)]$	*Átmeneti függvény* $[v(t)]$
P	0	0	a_2	0	0	b_2	$a_2 y(t)=b_2 u(t)$	k	$k1(t)$
I	0	a_1	0	0	0	b_2	$a_1\frac{dy}{dt}=b_2 u$	$\frac{k_i}{s}=\frac{1}{sT_i}$	$k_i t=\frac{t}{T_i}$
D	0	0	a_2	0	b_1	0	$a_2 y=b_1\frac{du}{dt}$	$k_d s=sT_d$	$k_d\delta(t)=T_d\delta(t)$ *nem realizálható*
T	0	a_1	a_2	0	0	b_2	$a_1\frac{dy}{dt}+a_2 y=b_2 u$	$\frac{k}{1+sT}$	$k(1-e^{-\frac{t}{T}})$
T_ξ	a_0	a_1	a_2	0	0	b_2	$a_0\frac{d^2y}{dt^2}+a_1\frac{dy}{dt}+a_2 y=b_2 u$	$\frac{k}{1+2\xi Ts+T^2s^2}$	$k[1+\frac{e^{-\frac{\xi}{T}t}}{\sqrt{1-\xi^2}}\sin(\frac{\sqrt{1-\xi^2}}{T}t-arctg\frac{\sqrt{1-\xi^2}}{-\xi})]$
PD_i	0	0	a_2	0	b_1	b_2	$a_2 y=b_1\frac{du}{dt}+b_2 u$	$k(1+sT_d)$	$k[1+T_d\delta(t)]$ *nem realizálható*
PD	0	a_1	a_2	0	b_1	b_2	$a_1\frac{dy}{dt}+a_2 y=b_1\frac{du}{dt}+b_2 u$	$k\frac{1+sT_d}{1+sT}$ $T_d \gg T$	$k(1+\frac{T_d-T}{T}e^{-\frac{t}{T}})$
PI	0	a_1	0	0	b_1	b_2	$a_1\frac{dy}{dt}=b_1\frac{du}{dt}+b_2 u$	$k\frac{1+sT_i}{sT_i}$	$k(1+\frac{t}{T_i})$
O	a_0	0	a_2	0	0	b_2	$a_0\frac{d^2y}{dt^2}+a_2 y=b_2 u$	$k\frac{\omega_0}{s^2+\omega_0^2}$	$k(1-\cos\omega_0 t)$

c) ilyen nincs

d) [r,p,k] = residue(G,H)

Matlab dokumentáció: https://www.mathworks.com/help/matlab/ref/residue.html
W =

$$\frac{b(s)}{a(s)} = \frac{b_m s^m + b_{m-1}s^{m-1} + \ldots + b_1 s + b_0}{a_n s^n + a_{n-1}s^{n-1} + \ldots + a_1 s + a_0} = \frac{r_n}{s-p_n} + \ldots + \frac{r_2}{s-p_2} + \frac{r_1}{s-p_1} + k(s)$$

Ez gyakorlatilag a részlettörtekre bontás paramétereit adja meg. r = együtthatók, p = pólusok, k = „direkt tag”, rendszerint üres.

Öf 47. oldal:

r_i a $W(s)$ komplex változós függvény p_i szinguláris pontjához tartozó

$$\ldots+c_{-n}(s-p_i)^{-n}+\ldots+c_{-1}(s-p_i)^{-1}+c_0+\ldots+c_n(s-p_i)^n+\ldots$$

Laurent sorában az $(s-p_i)^{-1}$ tényezőjének c_{-1} együtthatója, a p_i ponthoz tartozó **reziduum** ($c_{-1}=r_i$). $W(s)=G(s)/H(s)$ átviteli függvény szinguláris pontjai (pólusai) a $H(s)=0$ karakterisztikus egyenlet p_i gyökei. Ezek, illetve a residuumok kiszámítását (a $G(s)$ és $H(s)$ polinomok ismeretében) a MATLAB

```
[r,p,k]=residue(G,H);[z,p,k]=tf2zp(G,H)
```

utasításai támogatják (`tf2zp`: *transfer function to zero–pole conversion*).

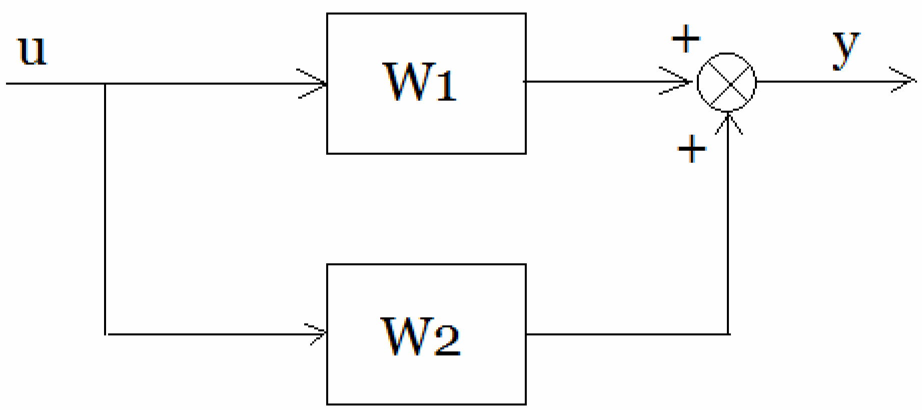
6. feladat:
Ha W1 és W2 stabilis, akkor a soros és párhuzamos csatolások is stabilisak.
Józan ésszel: A két rendszer kimenete független egymástól. Soros kapcsolásnál W1 és W2 kimenetei összeszorzódnak, párhuzamosnál összeadódnak. Ha az egyik elszáll a végtelenbe, akkor nyilván a másik ezt nem fogja kompenzálni (nincs visszacsatolás), így a kimenet is végtelen lesz (sorosnál: ∞ * konstans = ∞, párhuzamosnál: ∞ + konstans = ∞).

Soros kapcsolás: `u --> [W1] --> [W2] --> y`

$$WR = W1 \cdot W2 = \frac{G1}{H1}\cdot\frac{G2}{H2} = \frac{G1\cdot G2}{H1\cdot H2}$$

Az eredő rendszer pólusai megegyeznek a W1 és a W2 pólusaival (az összes pólus játszik), mert a karakterisztikus egyenletet (H1*H2 = 0) úgy oldjuk meg, hogy az egyes szorzótényezők legyenek 0-k (szorzat akkor 0, ha az egyik tényező 0), így kapjuk meg a pólusokat. Tehát H1 és H2 pólusai az eredő H1*H2 polinom pólusai is lesznek.

Párhuzamos kapcsolás:

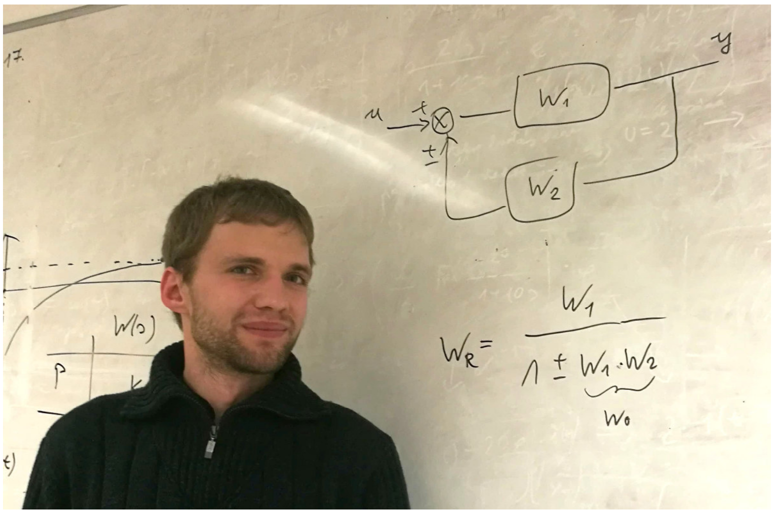


$$WR = W1 + W2 = \frac{G1}{H1} + \frac{G2}{H2} = \frac{G1 \cdot H2 + G2 \cdot H1}{H1 \cdot H2}$$

A nevező látszólag nem változott, szóval ugyanazok a pólusok, mint a soros kapcsolásnál.

Visszacsatolás:

Ha W1 és W2 stabilis / labilis, a visszacsatolt rendszer ettől még lehet labilis / stabilis.



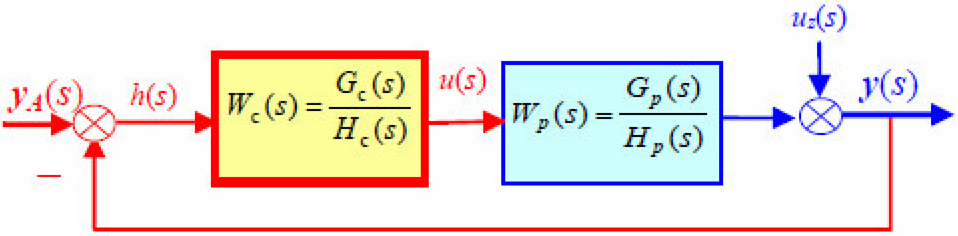
$$WR = \frac{W1}{1 \pm W1 \cdot W2} = \frac{\left(\frac{G1}{H1}\right)}{1 \pm \frac{G1}{H1} \cdot \frac{G2}{H2}} = \frac{G1 \cdot H2}{H1 \cdot H2 \pm G1 \cdot G2}$$

A nevezőben bármi lehet, mert két polinomot adtunk össze, a pólusok nem fognak megegyezni az karakterisztikus eredeti egyenlet pólusaival.

Szép és kompakt megoldás: [Öf. 51. oldal]

A soros és a párhuzamos kapcsolások eredő árviteli függvényeinek nevezője a $H_1(s)H_2(s)$ karakterisztikus polinom. Ezért ha *mindkét* tag *stabilis*, az eredő rendszer is *stabilis*, de ha a tagok *valamelyike* labilis, az eredő rendszer is labilis. Nincs ez így a *visszacsatolás* esetében, mivel ekkor a $W_R(s)$ karakterisztikus polinonja $H_R(s)=H_1(s)H_2(s) \pm G_1(s)G_2(s)$, ami azt jelenti, hogy pl. labilis $W_1(s)$ esetében $W_2(s)$ megfelelő megválasztásával $W_R(s)$ stabilizálható, vagy stabilis $W_1(s)$ és $W_2(s)$ esetében a $W_R(s)$ labilis is lehet. Mindennek oka, hogy a visszacsatolásban **zárthukú** jelterjedés realizálódik: $u_1=u+y_v \rightarrow y=W_1(s)u_1 \rightarrow y_v=W_2(s)y \rightarrow u_1$.

a) Körerősítés hatása a zavarásra? kc*kp = körerősítés



$$W_{y \leftarrow y_A} = \frac{Wc \cdot Wp}{1 + Wc \cdot Wp} \left(= \frac{Wc \cdot Wp}{1 + kc \cdot kp} \right), \quad W_{y \leftarrow u_z} = \frac{1}{1 + Wc \cdot Wp} \left(= \frac{1}{1 + kc \cdot kp} \right)$$

A szuperpozíció elve alapján: „kimenet = bemenet_1*rendszer + bemenet_2*rendszer”
→ y = alapjel * rendszer + zaj * rendszer.

- Képlettel: $y(s) = yA(s) \cdot W_{y \leftarrow y_A}(s) + u_z(s) \cdot W_{y \leftarrow u_z}$
- A zaj hatása tehát: $y_z(s) = u_z(s) \cdot W_{y \leftarrow u_z} = \dfrac{u_z(s)}{1 + kc \cdot kp}$

A körerősítés növelése tehát csökkenti a zaj hatását (hiszen a nevező nagyobb lesz). Viszont csökkenti a rendszer stabilitását is (Bode → erősítéstartalék).

Öf 63. oldal:

Az ilyen szabályozást – utalva a hatásláncban szereplő, késleltetés nélküli arányos tagokra – arányos (0–típusú) szabályozásnak hívjuk. Jellegzetes tulajdonsága, hogy a $k=k_c k_p>0$ körerősítés a k_c átviteli tényezővel tetszőleges $0<k<\infty$ értékre beállítható. Az y kifejezése és a 24. ábra szemléletesen mutatja, hogy k növelésével y egyre kevésbé függ a zavaró jeltől, és elméleti határesetként $k\to\infty$ mellett $k/(1+k)\to 1$, $k_z/k\to 0$, és ezért $y_0\to y_{A0}$, $u_0\to y_{A0}/k_p$, $h_0\to 0$. A ***negatív visszacsatolású*** $(0<\alpha<\pi/2$, $tg(\alpha)>0$, $\pi/2<\beta<\pi$, $tg(\beta)<0\to tg(\alpha)tg(\beta)<0!)$ *arányos szabályozás zárt szabályozási hatáslánca a* $k=k_c k_p=-tg(\alpha)tg(\beta)$ ***körerősítés növelésével*** (vagyis ha $\beta\to\pi/2$) *a zavarás hatását jelentős mértékben mérsékelni képes*: $\Delta y_1=k_z u_{z1}/(1+k)=(\Delta y)_N/(1+k)$. Ez a tulajdonság az arányos szabályozás körerősítésének növelésére – ami a szabályozó k_c átviteli tényezőjének növelésével (ismételten hangsúlyozva $\beta\to\pi/2$ mellett) érhető el – inspirálhatja a tervezőt.

Mivel a valóságban mindkét alrendszerben (de elsősorban a **folyamatban**) a *jelkésleltetések* is jelen vannak, a körerősítés növelése a zárt rendszer labilitásra való hajlamát is fokozza, vagy esetlegesen magát a *labilitását* is előidézheti. Ezért k megválasztásának a stabilitás követelményei *korlátot* szabnak. Folyamatszabályozásokban

b) Kritikus körerősítés? Az a körerősítés, amikor a rendszer a stabilitás határán van. Ha tovább növeljük a körerősítést, akkor labilissá válik.

c) Mekkora legyen a körerősítés?
„A szabályzó rendszertechnikai méretezése” fejezetből kimásolva [Öf 64-65. oldal]:
Bármilyen követelmény teljesítése is az előírás, ezek azáltal valósulhatnak meg, hogy a folyamat u(t) irányító** (bemenő) **jelét** – a célszerűen megválasztott szabályozási algoritmus segítségével – **a kívánalmaknak megfelelő célok elérése szerint tervezzük.

Szóval úgy kell tervezni, ahogy azt előírják. ☺ Ez egy optimalizálási feladat, mert két ellentétes tulajdonságot szeretnénk javítani: legyen nagy zavarjel-elnyomás, és legyen nagy stabilitás. De minél jobban elnyomjuk a zavarjelet, annál instabilabb lesz a rendszer.

7. feladat: ja ilyen nincs.

8. feladat: ld. házi.