Biomechanika mechanika tételek 2012

# Milyen adatokkal adható meg egyértelműen egy erő?

Nagyságával, irányával (hatásvonala), értelmével és támadáspontjával.



# Egy síkbeli szétszórt dinámrendszernek mi lehet az eredője?

* Egyensúly: $F\_{A}=0$ és $M\_{A}=0$
* Nyomaték: $F\_{A}=0$ és $M\_{A}\ne 0$
* Erő: $F\_{A}\ne 0$ és $F\_{A}∙M\_{A}=0$

# Egy térbeli szétszórt dinámrendszernek mi lehet az eredője? (?)

* Egyensúly: $F\_{A}=0$ és $M\_{A}=0$
* Nyomaték: $F\_{A}=0$ és $M\_{A}\ne 0$
* Erő: $F\_{A}\ne 0$ és $F\_{A}∙M\_{A}=0$
* Erőcsavar: $F\_{A}⋅M\_{A}\ne 0$

# Milyen egyenletekkel tudja ellenőrizni egy általános síkbeli dinámrendszer egyensúlyát?

* $∑F\_{x}=0$, $∑F\_{y}=0$
* $∑M\_{i}^{\left(P\right)}=0$

# Hogyan számítható egy F erő nyomatéka a tér egy tetszőleges P pontjára?



# Hogyan számítható egy F erő nyomatéka a tér egy tetszőleges t tengelyére?



# Mikor nevezünk egy tartószerkezetet statikailag határozottnak?

A STATIKAILAG HATÁROZOTT tartó keresztmetszeteiben az igénybevételek (a felírható statikai egyenletekből, a szerkezet keresztmetszeti és anyagjellemzői nélkül is) EGYÉRTELMŰEN meghatározhatók. A KAPCSOLATI DINÁMOK, IGÉNYBEVÉTELEK és az ELMOZDULÁS KOMPONENSEK KÜLÖN-KÜLÖN IS számíthatók.

# Mikor nevezünk egy tartószerkezetet statikailag határozatlannak?

Ha a külső és belső kapcsolatok merevségi fokszáma nagyobb szerkezetre felírható független egyenletek számánál, a szerkezet (megtámasztásait tekintve) STATIKAILAG HATÁROZATLAN. A határozatlanság FOKSZÁMát az ismeretlen kapcsolati dinámok számának és a független statikai egyenletek számának különbsége adja.

# Ismertesse a gerendatartók igénybevételei és terhei közötti differenciális összefüggéseket!

|  |  |
| --- | --- |
|  | A differenciális összefüggések használata:* Szakaszonként a függvény jellegének meghatározása
* A szakaszra jellemző igénybevétel-érték alapján a szakasz megrajzolása
* Kapcsolódó szakaszok közötti illesztés használata (számításra vagy ellenőrzésre)
 |

# Mit jelentenek a következő fogalmak: feszültségvektor, feszültségállapot, feszültségtenzor?

* **Feszültségvektor:** Az $\overline{n}$ normálisú elemi felület mentén megoszló erő.

* **Feszültségállapot:** Az a pont, ahol az összes irányhoz tartozó feszültségvektort keressük.
* **Feszültségtenzor:** A feszültségállapotot leíró tenzor.


# Ismertesse a feszültség- és az alakváltozástenzor fogalmát!

* **Feszültségtenzor:** ld. előző tétel.
* **Alakváltozástenzor:**

|  |  |
| --- | --- |
|  | Az alakváltozástenzor elemei: |

# Mit jelent a hidrosztatikus és a deviátoros feszültségtenzor?

* **Hidrosztatikus:** gömbi feszültségtenzor: $σ\_{1}=σ\_{2}=σ\_{3}$

* **Deviátoros:** tiszta nyírás: $σ\_{1}+σ\_{2}+σ\_{3}=0$ ($=I\_{1}$)


# Írja fel a feszültségtenzor alakját az *xyz* koordinátarendszerben felírt feszültségkomponensek segítségével!

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

# Hogyan számítható egy pont *n* normálisú metszetében a feszültségvektor, a normál- és a nyírófeszültség a feszültségtenzor ismeretében?

# Mi a mechanikai és a matematikai jelentése a főfeszültségeknek?

* **Mechanikai:** A főfeszültségek a feszültségtenzor és így a pont feszültségállapotának jellemzői, krsz.től függetlenek.
* **Matematikai:**
	+ $det\left|\overline{\overline{F}}-σ\_{n}\overline{E}\right|=0$ → harmadfokú egyenlet
	+ Három megoldás: $σ\_{1}\geq σ\_{2}\geq σ\_{3}$ → főfeszültségek
	+ A hozzájuk tartozó $\overline{n}\_{1}, \overline{n}\_{2}, \overline{n}\_{3}$ vektorok → főirányok
	+ A feszültségtenzor mátrixos alakja az $\{n\_{1},n\_{2}, n\_{3}\}$ vektorok által meghatározott koordinátarendszerben:
	$$F=\left[\begin{matrix}σ\_{1}&0&0\\0&σ\_{2}&0\\0&0&σ\_{3}\end{matrix}\right]$$

# Ismertesse a rugalmasságtan egyensúlyi egyenleteit!

|  |  |
| --- | --- |
|  | Mezőegyenletek: |

# Írja fel a deviátoros- illetve a hidrosztatikus alakváltozástenzort! (?)

* **Hidrosztatikus:**$$A\_{0}=\left[\begin{matrix}ε\_{0}&0&0\\0&ε\_{0}&0\\0&0&ε\_{0}\end{matrix}\right]$$
* **Deviátoros:**$$A\_{d}=\left[\begin{matrix}ε\_{x}-ε\_{0}&\frac{γ\_{yx}}{2}&\frac{γ\_{zx}}{2}\\\frac{γ\_{xy}}{2}&ε\_{y}-ε\_{0}&\frac{γ\_{zy}}{2}\\\frac{γ\_{xz}}{2}&\frac{γ\_{yz}}{2}&ε\_{z}-ε\_{0}\end{matrix}\right]$$

# Mi a mechanikai és a matematikai jelentése a főnyúlásoknak?

* **Mechanikai:** Minden alakváltozáshoz felvehető három olyan koordináta-rendszer, melyekben csak hosszirányú nyúlás lép fel, szögelfordulás nincs. Ezek a három egymásra merőleges irány a főirány, az ezekben az irányokban mérhető megnyúlás neve főnyúlás.
* **Matematikai:** ugyanaz, mint a 15-ben a főfeszültségeknél. (?)

# Írja fel a rugalmas test geometriai egyenleteit!

* Mezőegyenletek:

* Peremfeltételek: (Az $S$ perem azon $S\_{u}$ részén, ahol eltolódás van előírva)
$$\overline{u}\left(x\_{u}, y\_{u}, z\_{u}\right)=\overline{u\_{0}}$$
* Az alakváltozások nem vehetők fel tetszőlegesen → kompatibilitás:


# Milyen feszültségi állapot tartozhat a sík alakváltozási állapothoz? (?)

![\varepsilon_{ij}=   \left[{\begin{matrix}    {\varepsilon _x } & {\frac {\gamma _{xy}} {2}} \\      {\frac {\gamma _{xy}} {2}} & {\varepsilon _y } \\     \end{matrix}}\right] ]()

# Írja fel a sík feszültségi állapothoz tartozó alakváltozástenzor elemeit! (?)

Az $ε\_{1}$ és $ε\_{2}$ főnyúlás értéke:





# Ismertesse a mechanikai anyagmodell fogalmát! Milyen rugalmas viselkedést leíró modelleket ismer?

**Anyagmodell:** Az anyagmodellek szükségszerűen kisebb-nagyobb egyszerűsítéseket, célszerűen megválasztott elhanyagolásokat tartalmaznak, és annak megfelelően választják ki jellemzőiket, ideális alaptulajdonságaikat, hogy milyen célú közelítésre szánják. Céljuk a feszültségek és alakváltozások közötti kapcsolat pontosabb leírása.

**Rugalmas viselkedést leírók:**

* *Általános rugalmas modell:*
	+ a feszültségek az alakváltozások függvényében felírhatók. pl.:
	
	+ esetenként az alakváltozások függvényében írható fel a feszültség. Pl.: Ramberg-Osgood modell: ($n=1$ esetén lineáris, $n>1$ esetén nemlineáris)
	
* *Hiperelasztikus anyagmodell:*
	+ Lineárisan rugalmas anyag
	+ Ortotróp anyag
	+ Izotróp anyag
	+ Nemlineáris alakváltozások:
		- Neo-Hookean
		- Mooney-Rivlin
		- Összenyomhatatlan anyagok

# Melyek a legfontosabb különbségek a rugalmas és képlékeny anyag viselkedése között?

* **Rugalmas (elasztikus):** egy terhelés-tehermentesítés ciklus után nincsenek maradó alakváltozások.
* **Képlékeny:**
	+ terhelés-tehermentesítés más útvonalon
	+ maradó alakváltozások

# Ismertesse a mechanikai anyagmodell fogalmát! Milyen rugalmas-képlékeny viselkedést leíró modelleket ismer?

**Anyagmodell:** ld. 22.

**Rugalmas-képlékeny viselkedést leírók:**

* *Huber-Mises-Hencky*: Fémek hidrosztatikus feszültségállapotban nem folynak.
* *Tresca*: A középső főfeszültség hatása kisebb, tiszta nyírásra hamarabb folyik meg.

# Mit nevezünk folyási feltételnek a mechanikában?

A képlékeny alakváltozás akkor jön létre, ha a darab keresztmetszetében ható mechanikai feszültség elér egy, az anyagminőségre és az állapotjelzőkre (feszültségállapot, alakváltozási sebesség és hőmérséklet) jellemző feszültséget, a folyáshatárt ($σ\_{f}$), azaz az alakítási szilárdságot ($k$). Térbeli igénybevételek esetén a $σ\_{ij}$ feszültségtenzornak hat komponense van, amelyek adott kombinációja esetén képlékeny alakváltozás valósul meg. A képlékenységi (folyási) feltételnek olyannak kell lenni, amely megadja a feszültségek valamennyi olyan kombinációját, amelynek bekövetkezése a képlékeny állapot kezdetét jelenti.



Fontos megjegyezni, hogy a feszültségtenzor hat eleme háromra csökkenhet, ha a feszültségi főirányokat koordinátatengelynek választjuk.

# Ismertesse a Huber-Mises-Hencky-féle folyási feltételt!

Fémek hidrosztatikus feszültségállapotban nem folynak:


Ezt a függvényt a derékszögű koordináta-rendszerben egy ferde henger ábrázolja, ahol a képlékeny alakváltozás a henger palástján jön létre.

# Ismertesse a Tresca-féle folyási feltételt!

A képlékeny alakváltozás létrejötte csak a nyírófeszültségtől függ, és maradó alakváltozás akkor lép fel, ha a legnagyobb nyírófeszültség eléri azt az értéket, amely tiszta nyírás esetén folyást idézne elő. Ez a legnagyobb nyírófeszültség elve.



A derékszögű koordináta-rendszerben egy hatszögű hasábnak felel meg.

# Milyen mechanikai feltételek esetén kerülhet egy anyag képlékeny állapotba? (?)

ld. 25. (?) és akkor, ha $f=0,$ $df=0$, ilyenkor aktív képlékeny állapot áll fenn ($dε=dε^{e}+dε^{p}$).

# Hogyan lehet megalkotni egy hiperelasztikus anyag (pl. érfal) anyagmodelljét? (?)

# Adott egy homogén, izotróp, lineárisan rugalmas anyagmodell. Mit jelentenek a megnevezésben szereplő jelzők?

* **Homogén:** egynemű, minden pontján azonos értékű anyagi rendszer.
* **Izotróp:** Egy olyan közeget jelöl, amelynek bizonyos fizikai tulajdonságai különböző irányokban megegyeznek.
* **Lineárisan rugalmas:** a feszültség ($σ$) – alakváltozás ($ε$) görbéje lineáris, vagy lineáris szakaszokból áll.

# Ismertesse a virtuális erők tételét!

*(Virtuális erők: a tényleges erőrendszer egy statikailag lehetséges variációja.)*

Egy geometriailag lehetséges elmozdulásrendszer bármely virtuális erőrendszeren végzett kiegészítő munkája 0:



# Ismertesse a virtuális elmozdulások tételét!

*(Virtuális elmozdulás: a tényleges elmozdulás egy geometriailag lehetséges variációja)*

Egy statikailag lehetséges erőrendszer bármely virtuális elmozdulásrendszeren végzett munkája 0:



# Ismertesse a potenciális energia szélsőértéktételét!

Teljes potenciál: külső + belső:



Tétel: a geometriailag lehetséges elmozdulásrendszerek közül az a tényleges, ahol a potenciális energiának stacionaritási pontja van.

# Ismertesse a kiegészítő potenciális energia minimumtételét!

Teljes kiegészítő potenciál: külső + belső:



Tétel: a statikailag lehetséges erőrendszerek közül az a tényleges, ahol a kiegészítő potenciális energiának minimuma van.

# Írja fel a potenciális energia minimumtételét a funkcionál megadásával és a benne szereplő változók magyarázatával! (?)

*(Funkcionál: A matematikában azokat az operátorokat, amelyeknek az értékkészlete valós számhalmaz funkcionáloknak nevezzük.)*



* $A$: felület
* $E$: rugalmassági modulus
* $w$: elmozdulás

# Mi az alapvető különbség a potenciális energia szélsőértéktételének illetve a kiegészítő potenciális energia minimumtételének alkalmazása között? (?)

|  |  |
| --- | --- |
| Potenciális Szélsőérték | Kiegészítő Potenciális Minimum |
| Változói elmozdulások → *elmozdulásmódszer* | Változói erők → *erőmódszer* |
| A változók szerinti (parciális) derivált, illetve variáció eltűnésére felírt egyenletek: *egyensúlyi egyenletek* | A változók szerinti (parciális) derivált, illetve variáció eltűnésére felírt egyenletek: *geometriai egyenletek* |

# Írja fel a teljes potenciális energia függvényét és magyarázza el a benne szereplő változók jelentését! (?)

A teljes potenciális energia az alakváltozási energia ($U$) és a külső erők potenciáljának összege. A külső erők potenciálja helyett szokás annak $-1$-szeresét a külső erők virtuális munkájának ($W$) is nevezni. Így a teljes potenciális energia:



# Írja fel a potenciális energia funkcionálját és magyarázza el az egyes változók jelentését! (?)



# Írja fel a nyugalomban lévő szerkezet potenciális energiájának függvényét! Magyarázza el az egyes változók mechanikai jelentését! (?)

# Mi a Ritz-módszer és mire használható a mechanikai feladatoknál? (?)

# Ismertesse a végeselemes technika alkalmazásának fontosabb lépéseit!

* Potenciális energia stacionaritási tételének felírása
* A geometriai egyenletet behelyettesítése
* Függvénytér finitizálása
* Geometriai finitizálás
* Integrálás elvégzése elemenként
* Megoldás

# Ismertesse az általános Ritz-módszer és a végeselem-módszer közötti hasonlóságokat és különbségeket! (?)

# Mi a véges elemek módszere?

A Végeselemes módszer (VEM) numerikus módszer parciális differenciálegyenletek közelítő megoldására.

# Ismertesse a végeselemes számítási technika fontosabb lépéseit! (?)