4. tétel

Alternatív optimumok, nem korlátos feladat, degeneráció (4.5, 4.6, 4.7)
Kétfázisú szimplex módszer (4.9.)

Ha egy LP feladatnak egynél több optimális megoldása van, akkor azt mondjuk, hogy többszörös vagy alternatív optimális megoldásai vannak.

Amennyiben az optimális táblában van egy nembázis változó, amelynek szintén zéró az együtthatója a célfüggvény sorban, akkor a célfüggvényérték javítható vele. Mivel a célfüggvény együttható $\emptyset$, ezért a célfüggvény érték nem változik, csupán a javított táblában másik nembázisváltozó fog $\emptyset$ értéket felvenni a célfv. sorban. Ha nincs $\emptyset$ együtthatójú NBV az optimális tábla célfüggvény sorában akkor az LP feladatnak egyetlen optimális megoldása van.

Két optimális extremális pontot összekötő egyenes szakasz bármely pontja optimális.

Egyes LP feladatoknál vannak olyan pontjai a lehetséges tartomány-nak, amelyben z tetszőlegesen nagy értéket vehet fel.

Egy LP feladat akkor nem korlátos, ha van egy negatív együtthatóval rendelkező NBV a célfüggvény sorában, és nincs olyan feltétel, ami ezt korlátozná (többi sorban nem szerepel nemnegatív együtthatóval)

$z - 60x_1 - 70x_2$ felírásnál

egy LP degenerált, ha van legalább egy olyan sor, ahol BV értéke Ø.

Degeneráltnak nevezzük az LP feladatot, ha optimális megoldásban $x_i = Ø$ úgy fordul elő, hogy a hozzá tartozó oszlopvektort bevontuk a bázisba. Ez kétféleképpen állhat elő:

① Az induló táblázat utolsó oszlopában eleve Ø-k szerepeltek (j.o.-n)

② A megoldás során legalább egyszer nem találtunk egyértelműen generáló elemet, mert több egyenlő értékű hányadosnak állt elő.

Probléma: a gépi végrehajtásnál a gép nem végez effektív munkát.

Kétfázisú szimplex módszer

1. Alakítsuk át a feltételeket úgy, hogy azok jobb oldala pozitív legyen. Ehhez az szükséges, hogy minden olyan feltételt, aminek jobb oldala negatív volt, megszorozzunk −1-gyel.

1.' Csillagozzunk meg minden olyan feltételt, ami az 1. lépés után = vagy ≥ feltétel.

2. Hozzuk az összes egyenlőtlenséget standard alakra.

3. A megcsillagozott feltételekhez adjunk hozzá egy a_i mesterséges változót. Vegyük fel az $a_i \geq Ø$ előjelkorlátot is.

4. Az eredeti feladat célfüggvénye helyett oldjuk meg a következőt: min $w' = \{$az összes mesterséges változó összege$\}$. Ez az 1. fázisbeli LP feladat megoldása a mesterséges változókra Ø értéket kényszerít.

Mivel $\forall a_i \geq Ø$, ezért az 1. fázisbeli LP feladat megoldása a következő 3 eset egyikére vezet:

① A w' optimális értéke nagyobb Ø-nál. Eredeti LP feladatnak ekkor nincsen lehetséges megoldása.

② A w' optimális értéke Ø és nincsen mesterséges változó az 1. fázisbeli LP feladat optimális bázisában. Elhagyjuk az összes olyan oszlopot az 1. fázisbeli optimális táblából, amelyek mesterséges változóknak felelnek meg. Most együtt alkalmazzuk az eredeti célfüggvényt és az 1. fázisbeli optimális tábla korlátozó feltételeit. Ez a 2. fázisbeli LP feladatot eredményezi. Ennek az optimális megoldása az eredeti LP optimális megoldása lesz.

(3.) A w' optimális értéke ∅ és legalább 1 mesterséges változó benne van az 1. fázisbeli bázisban. Ekkor megkapjuk az eredeti LP feladat optimális megoldását, ha az 1. fázis végén az optimális 1. fázisbeli táblából elhagyjuk az összes bázison kívüli mesterséges változót és az eredeti feladat minden olyan változóját amelynek negatív együtthatója van az 1. fázisbeli optimális tábla célfüggvény sorában.